

"Mathematics knows no races or geographic boundaries; for mathematics, the cultural world is one country"

*(D. Hilbert, ICM 1928)*



**Il Convegno Nazionale di Didattica della Matematica**

# **La Matematica per il cittadino**

**E' cambiata la didattica della matematica in questi vent'anni?**




## **Dalla Matematica del cittadino al M@t.abel: passato e presente**

**Ferdinando Arzarello  
Dipartimento di Matematica  
Università di Torino**

**Firenze 3 marzo 2022**





Il senso che vorrei dare al mio intervento è di potere rispondere in parte alla domanda che pone il sottotitolo di questo incontro:

**è cambiata la didattica  
della matematica in questi 20 anni?**

# Sommario

- Il presente: cambiamenti
- Alla ricerca delle nostre radici
- M@t.abel 2.0
- Conclusioni

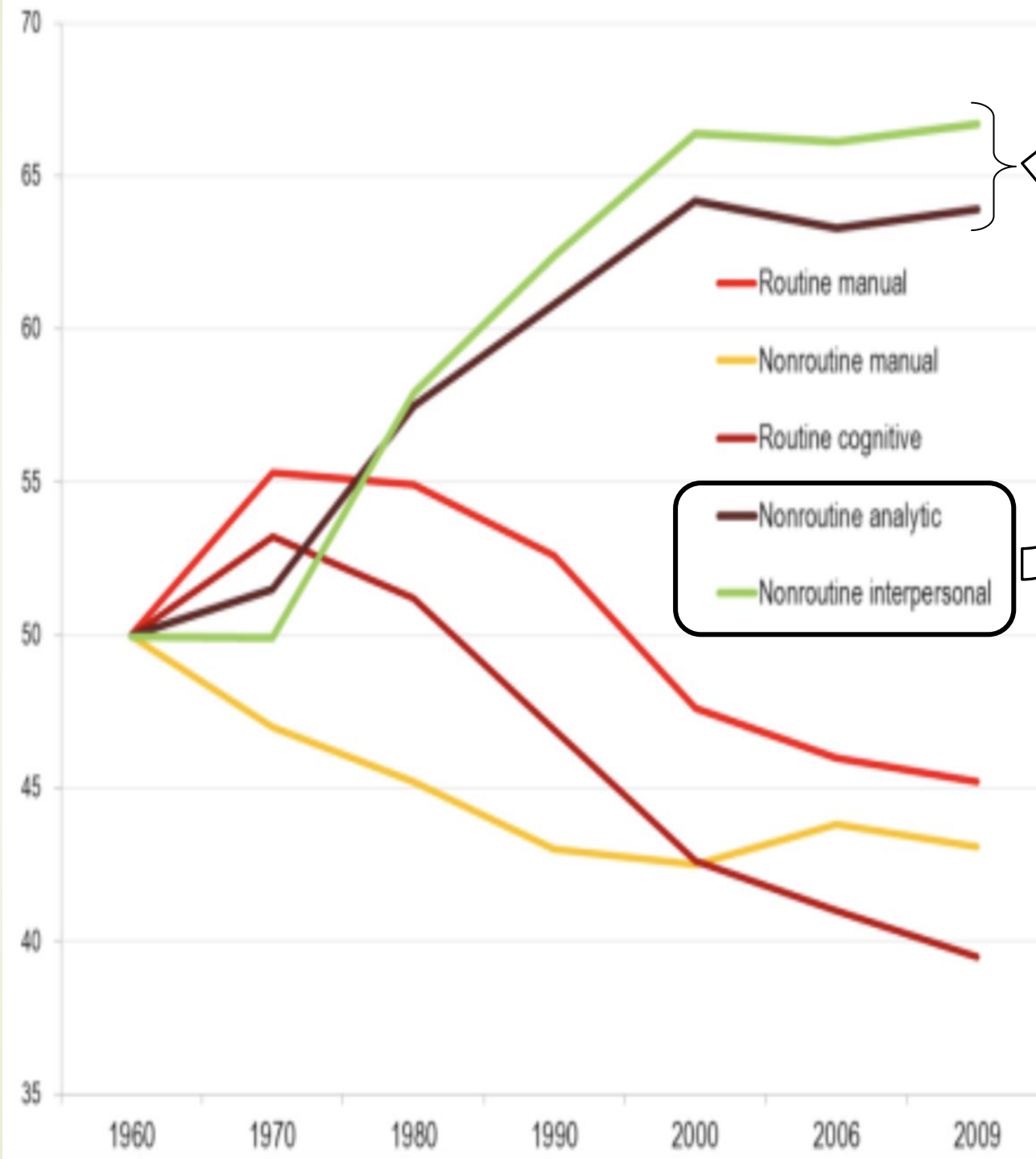
La risposta alla domanda sta nelle riflessioni che si possono fare relativamente alle dinamiche di questo diagramma e al posto che i progetti M@t.abel e La Matematica per il cittadino vi trovano:





L' internazionalizzazione e la globalizzazione dell'economia, l'universalità dello sviluppo tecnologico e i bisogni relativi per nuove competenze portano a parlare delle nuove **competenze del 21° secolo.**

In particolare, molti richiedono riforme curriculari che portino a standard unificati per la matematica nella scuola.



(Fonte: OECD)



Conseguentemente, per la matematica, l'accento è posto soprattutto sulla promozione di modi di pensare specifici e più sofisticati:

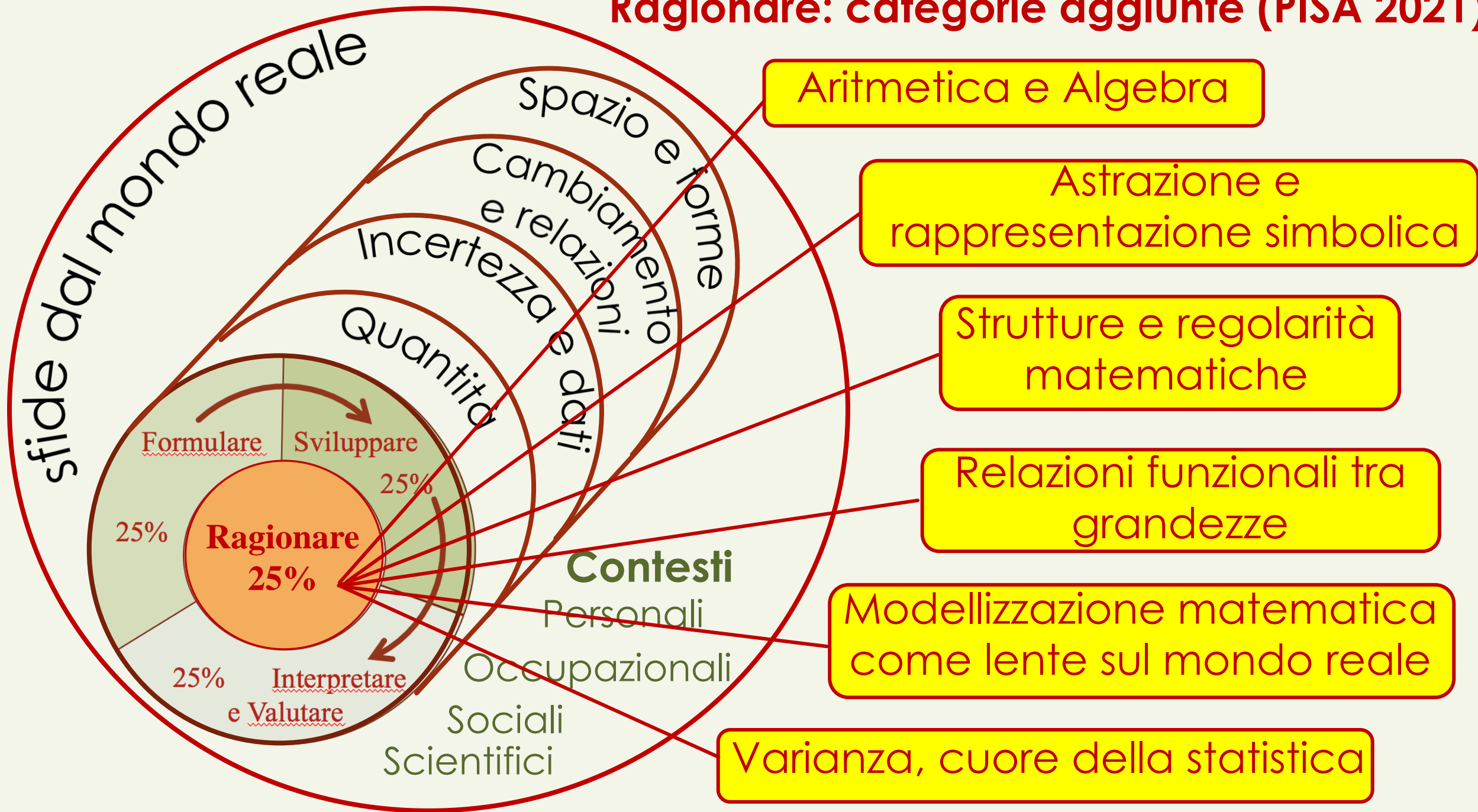
- **IBME**: educazione matematica basata sulla ricerca (**inquiry**: Rocard et al., 2007; Dorier & Maaß, 2014).
- **Pensare criticamente** (Paul & Elder, 2008);
- Pensiero di ordine elevato (**HOT**: High Order Thinking, Thompson, 2014);
- Alfabetizzazione quantitativa (**quantitative literacy**: Steen, NCED, 2001).

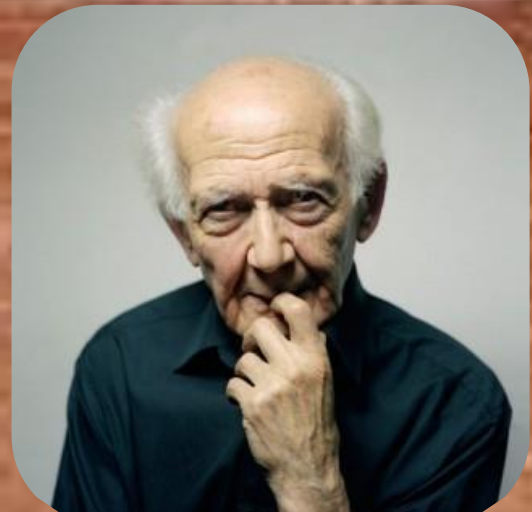




**Cambiamenti nella definizione  
di “alfabetizzazione matematica”:  
da PISA 2015 a PISA 2021**

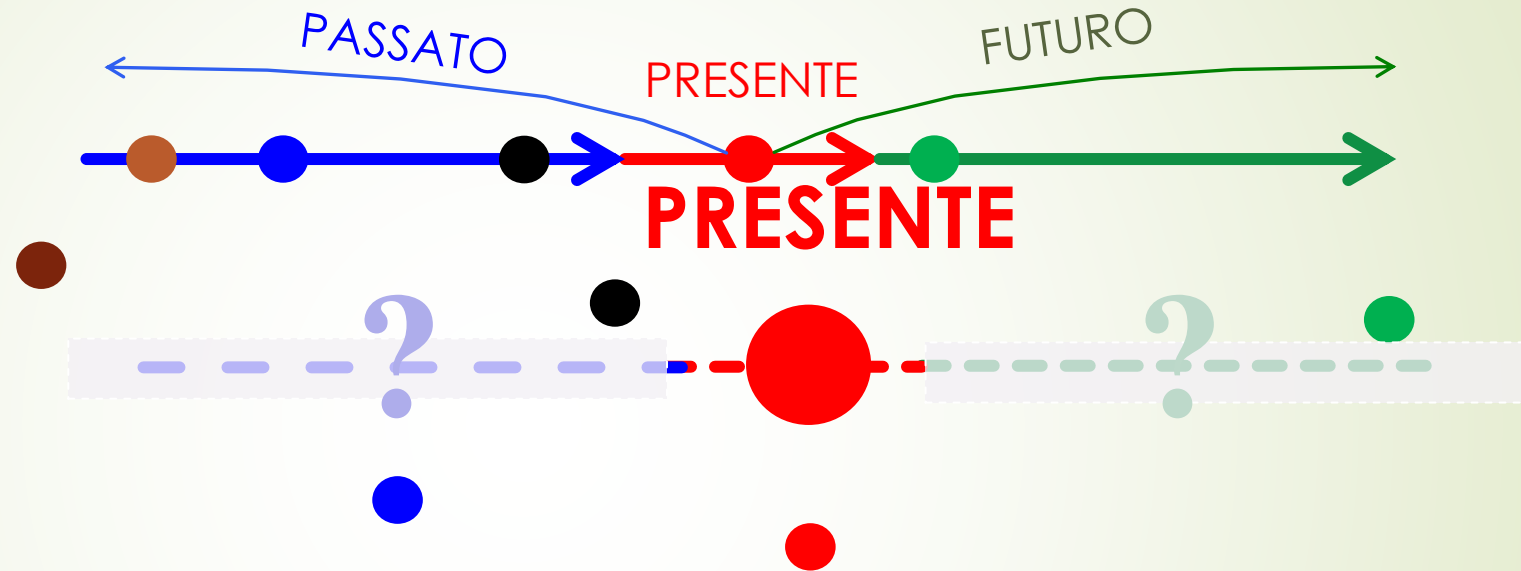
# Ragionare: categorie aggiunte (PISA 2021)





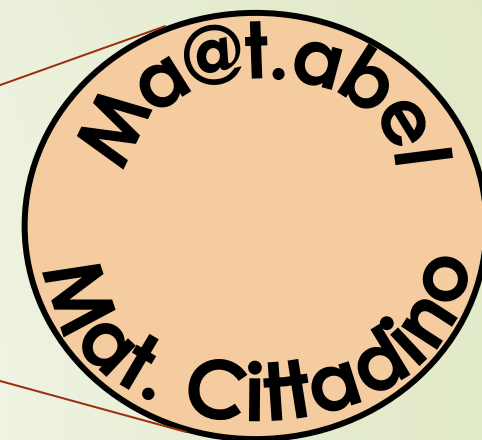
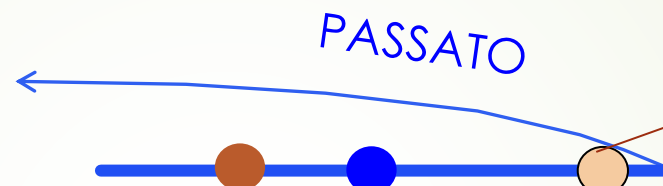
**Z. Bauman:**  
**la società liquida**  
**postmoderna**

# Puntillizzazione del tempo (*pointillist time*)



- **Dissoluzione della trama** che collega il momento presente al passato e al futuro (*nowist culture*)
- **Mancanza di narrativi**

# Alla ricerca delle nostre radici...



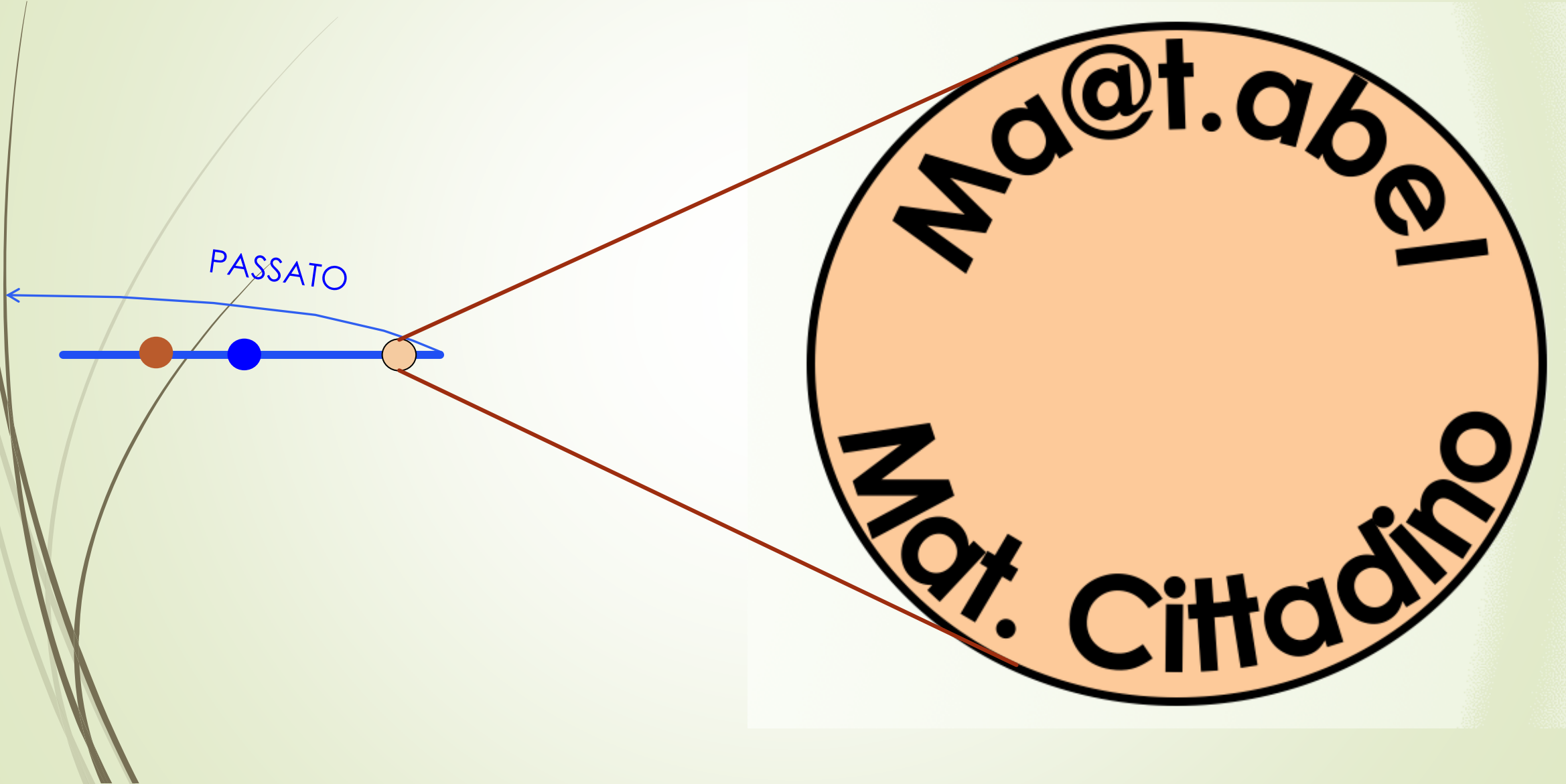
# ...per riflettere sul nostro futuro




# Sommario

- Il presente: cambiamenti
- Alla ricerca delle nostre radici (1)
- M@t.abel 2.0
- Conclusioni

# Alla ricerca delle nostre radici (1)






Il Piano m@t.abel (Matematica di base con e-learning) è stato un progetto di sperimentazione e aggiornamento per il miglioramento dell'insegnamento della matematica nella scuola promosso dal MIUR e dall'UMI a partire dal 2006 al 2013.

Dal 2008 a esso si affiancò il progetto PON Matematica-m@t.abel, sostenuto dal MIUR con fondi europei, che riguardava le cosiddette quattro "regioni convergenza": Calabria, Campania, Puglia e Sicilia.





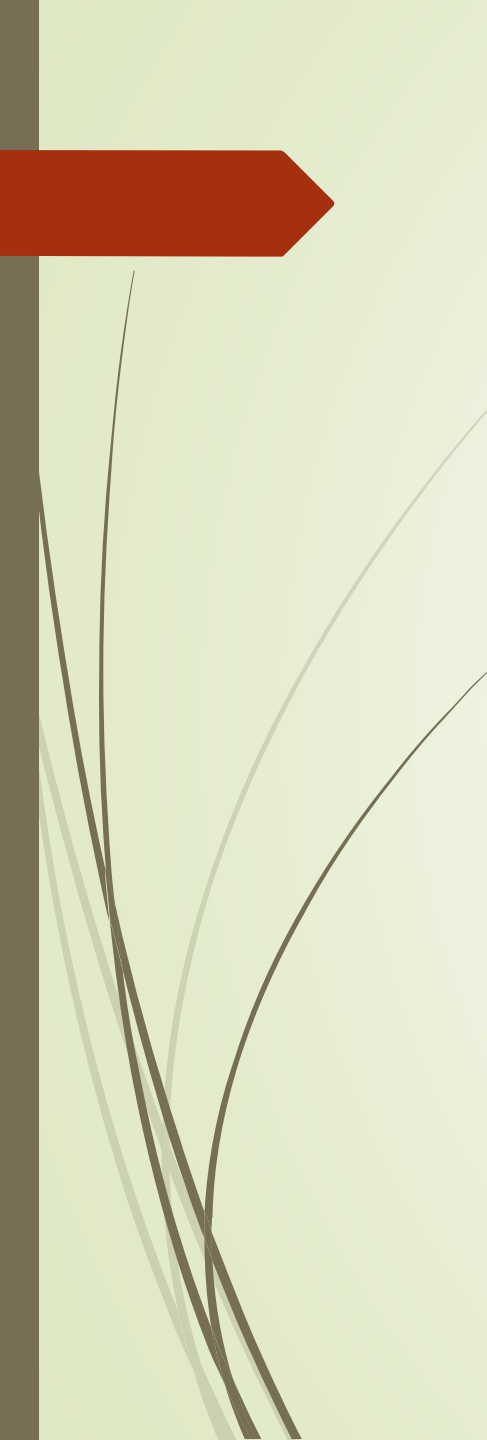
M@t.abel è figlio di un altro progetto **La Matematica per il Cittadino**, attuato dal 2000 al 2006 in collaborazione fra il MIUR, l'UMI e la SIS (Società Italiana di Statistica), mirato alla produzione di un curriculum verticale per la matematica dai 6 ai 19 anni, illustrato da circa 200 attività didattiche che dessero agli insegnanti interessati il senso della proposta e del materiale concreto per renderla effettiva.

I curricoli attuali per la matematica sono stati fortemente influenzati dalle proposte dei due progetti, La Matematica per il cittadino e M@t.abel.



I due piani M@t.abel poterono così avvalersi dei materiali prodotti nel progetto *La Matematica per il Cittadino*.


Molti di questi materiali infatti furono 'multimedializzati' e pubblicato sulla piattaforma *Apprendimenti di Base* realizzata dall'INDIRE e utilizzata a partire dal 2006 dagliUSR per organizzare la formazione degli insegnanti di matematica.




Partendo da un quadro teorico costruttivista e puntando all'apprendimento collaborativo, forti anche di esperienze nella formazione degli insegnanti con la tecnologia, il team di ricercatori INDIRE e il Comitato Tecnico Scientifico (CTS) di PON Matematica-  
m@t.abel misero a punto un percorso di formazione 'a cascata':

Esperti → Tutor → Insegnanti.

A tale scopo INDIRE costruì la **piattaforma PuntoEdu.**




Nei corsi per gli insegnanti momenti di formazione in presenza con i tutor si alternavano ad un costante accompagnamento online dei docenti in un percorso **blended** seguito dai tutor stessi per un totale di almeno 100 ore complessive.



I due piani di formazione, M@t.abel nazionale e PON Matematica (dal 2006/07 al 2012/13 ) hanno raggiunto almeno 6132 docenti (2674 PON) in servizio nell'area matematico-scientifica e formato complessivamente 561 docenti di matematica di scuola secondaria quali tutor.

Inoltre almeno 56 docenti hanno lavorato come autori all'elaborazione delle attività M@t.abel (<http://www.scuolavalore.indire.it/superguida/matabel/>).




Il MIUR ha anche supportato la realizzazione di tre Master dal 2013 al 2015, nelle tre sedi universitarie di Bologna, Pisa e Torino, tutti basati sul *background* teorico delineato dal progetto La Matematica per il Cittadino e  $m@t.abel$ .

Gli insegnanti che hanno completato il Master si presenta(va)no come nuove figure professionali nel panorama educativo, dando contributi alla formazione insegnanti, ai gruppi di ricerca didattica nelle Università come insegnanti-ricercatori, anche con ricadute internazionali.

	<b>UNIBO</b>	<b>UNIPI</b>	<b>UNITO</b>
Data inizio attività	Settembre 2013	Ottobre 2013	Settembre 2013
Data fine attività	Luglio 2015	Marzo 2015	Marzo 2015
Candidati	72	40	42
Corsisti iscritti	30	30	30
- di cui, Corsisti senior	6	5	7
- di cui, Corsisti ordinari	24	25	23
Corsisti di scuola secondaria di I grado	22	14	10
Corsisti di scuola secondaria di II grado	8	16	20

Regione di provenienza	Emilia Romagna	18	Toscana	27	Piemonte	23
	Marche	3				
	Veneto	4				
	Friuli Venezia Giulia	1	Liguria	3	Lombardia	5
	Puglia	4			Liguria	1



Tutte queste attività nascono al volgere del millennio, quando anche in Italia circolano i risultati delle rilevazioni OCSE-PISA: gli studenti italiani risultano poco brillanti in matematica.

Mentre nella scuola primaria le prestazioni, misurate con altre rilevazioni, non risultano negative, emerge che proprio nella scuola secondaria di primo grado si verificano le difficoltà maggiori nell'apprendimento della matematica.






I due progetti, La Matematica per il Cittadino e m@t.abel, sono entrambi mossi da queste finalità.


M@t.abel aggiunge due elementi almeno alla filosofia del primo progetto:

- l'attenzione allo sviluppo di effettive **comunità di pratica** nelle scuole;
- la maggiore integrazione del materiale con le **nuove tecnologie**.



Esso, in consonanza con altri progetti internazionali, affronta in forma nuova e con particolare attenzione i seguenti tre temi specifici:

- Le competenze degli insegnanti.
- La costruzione sociale del sapere.
- Il ruolo delle ICT nell'apprendimento.



Considerando il quadro delle ricerche e delle pratiche internazionali nell'insegnamento preuniversitario della matematica, si può osservare una successione di progressivi cambiamenti, che determinano altrettante “ere” nei focus principali della didattica della matematica a partire dagli anni '60:

Anni '60-'70: l'era del **curriculum**;

Anni '80-'90: l'era del **discente**;

Anni 2000: l'era dell'**insegnante**.


M@t.abel si inserisce a pieno titolo in quest'ultima.

Nel progetto troviamo così alcune componenti principali, che interagiscono tra di loro:

- Le conoscenze matematiche.
- Le conoscenze matematiche specifiche per l'insegnamento.
- Le conoscenze pedagogiche.


### ***Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)***

Le conoscenze, abilità abitudini mentali, sensibilità, che riguardano la matematica e che sono dovute all'effettivo lavoro dell'insegnamento, cioè i compiti che gli insegnanti affrontano quotidianamente, le responsabilità che hanno nell'insegnamento della matematica, sia in classe sia fuori della classe.




M@t.abel proponeva una forma di aggiornamento tramite la **piattaforma PuntoEdu** che evitava i “due tempi” classici dell’aggiornamento: prima ti aggiorni, poi provi in classe.

Il **tutor-facilitatore** guidava i corsisti di m@t.abel all’acquisizione effettiva delle competenze proprie della MKT. Si tratta di una forma di **apprendistato cognitivo**, discussa già nel progetto La Matematica per il Cittadino come metodo di insegnamento in classe, e ora trasposta alla classe virtuale di M@t.abel, intesa come **laboratorio** per l’apprendimento della MKT.




La classe virtuale di M@t.abel si configurava come una forma specifica di quelle che i ricercatori chiamano **comunità di pratica** e questa talvolta addirittura diventa una **comunità di indagine**.

Infatti la forma di attività prevalente in queste classi virtuali non era una lezione standard ma una continua **riflessione critica** su quanto si sta facendo e su quanto succede nella propria classe reale, confrontandosi continuamente con le esperienze corrispondenti.



La **componente istituzionale** ebbe una forte influenza sul modo con cui si svilupparono tali processi: i vari progetti/proposte/lavori assumevano un significato per l'insegnante in quanto si situavano all'interno di un contesto istituzionale ben preciso, promosso dal Ministero, in occasione ad esempio delle attività legate alle nuove Indicazioni o Traguardi.

Sarebbe stata altra cosa se l'attività si fosse svolta 'in proprio', senza alcun legame con la componente istituzionale.



M@t.abel si inserisce perfettamente nell'evoluzione subita dalle tecnologie nell'insegnamento della matematica. Anche qui si è avuto un cambiamento rilevante tra varie 'ere':


- L'era dei **linguaggi** di programmazione (anni '80-'90).
- L'era dei **software dedicati** (es. i DGS): le ICT come *infrastrutture rappresentazionali* (dagli anni '90).
- Le ICT come *infrastrutture rappresentazionali (IR)* e di **comunicazione (IC)** (dal 2000).



In sintesi, gli aspetti metodologici rilevanti di M@t.abel erano:

- **Focus sugli insegnanti**, come *comunità di pratica* possibilmente facendola evolvere in *comunità di indagine*.
- **La conoscenza matematica per l'insegnamento (MKT)**, tramite l'elaborazione concreta di specifiche conoscenze relative alla **MKT**.
- **ICT e Laboratorio**. Insegnanti coinvolti come co-progettisti in strategie didattiche esplicite e condivise.

Un elemento che ancora non c'era: la **sincronizzazione** di m@t.abel con la *terza era delle ICT (IR)*. → **m@t.abel 2.0**



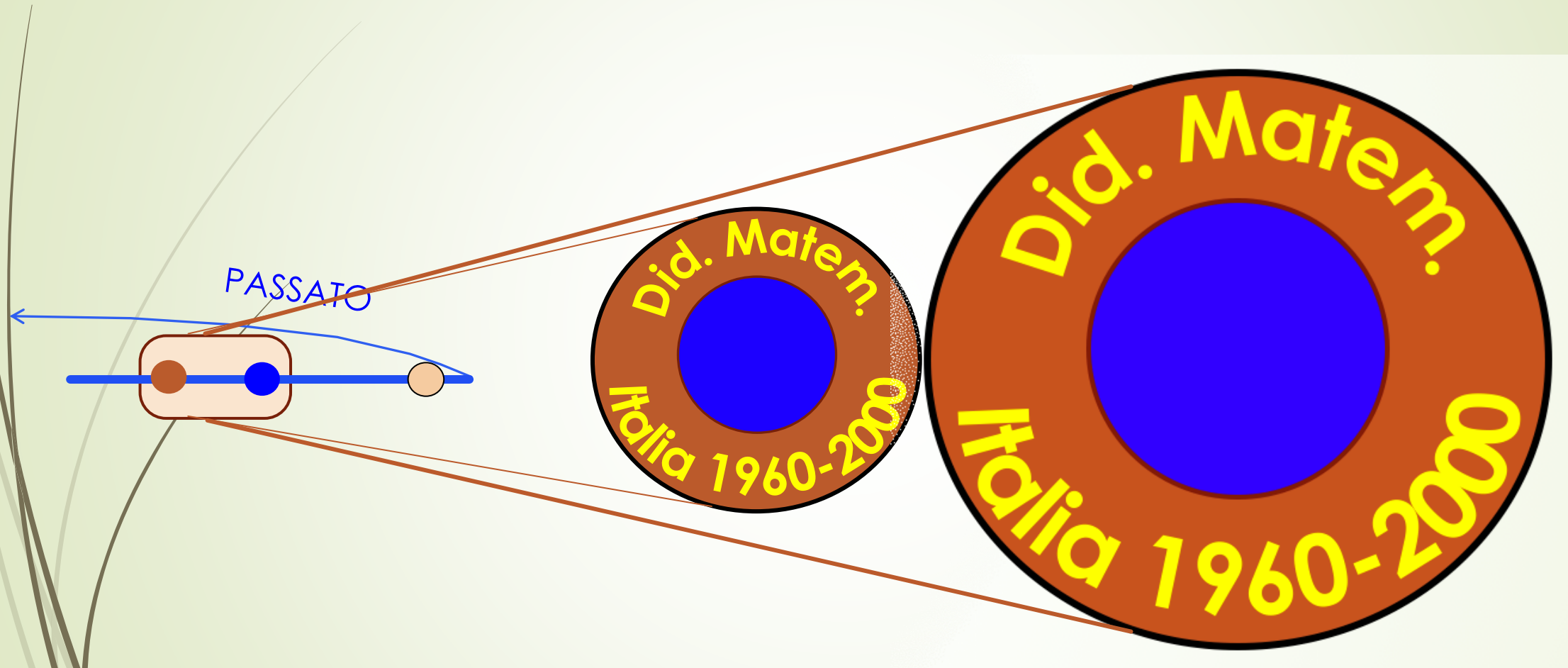
Si è accennato a come *La Matematica per il cittadino* e *M@t.abel* si inseriscano a pieno titolo nel filone della ricerca didattica internazionale, anche apportandovi dei contributi significativi, ad es. l'idea di insegnante-ricercatore.


Ma è anche vero che i due affondano le loro radici nella tradizione didattica italiana, a cui dedicherò ora alcune slides.

# Sommario

- Il presente: cambiamenti
- Alla ricerca delle nostre radici (2)
- M@t.abel 2.0
- Conclusioni

# Alla ricerca delle nostre radici (2)





Sc. Media Unica  
(1962)

Decreti Delegati (1974)  
CEDE (1974)

Progr. Media (1979)

Progr. Elem. (1985)

PNI (1985-1993)

Progr. PNI (1996-2010)  
INVALSI (1999)

Indicazioni Nazionali II ciclo (2010)

Indicazioni Nazionali I ciclo (2012)

Riforme:  
Berlinguer,  
De Mauro,  
Moratti,  
Fioroni,  
Gelmini,  
Profumo.

1960

1970

1980

1990

2000

2010

2020

Sc. Media Unica  
(1962)

Decreti Delegati (1969)  
CEDE (1974)

Progr. Media (1979)

Progr. Elem. (1985)

PNI (1985-1993)

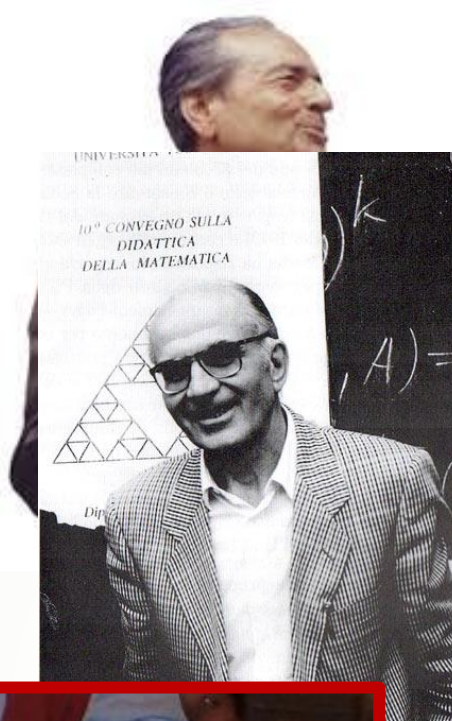
Progr. PNI (1996-1999)

INVALSI (1999)

Indicazioni Nazionali

Indicazioni Nazionali

Riforme:  
Berlinguer,  
De Mauro,  
Moratti,  
Fioroni,  
Gelmini,  
Profumo.



Ondata Bourbakista

Progr. Frascati (1966-67)

Sperimentazioni

NRD (1975-...)



Pro

) Corsi V.iggio  
ol (1998)

**Mat. Citt. (2000-2006)**

**Mat@bel (2006-2013)**

PLS (2006)

Liceo Matematico (2016)

Gruppo UMI LM (2021)

1960

1970

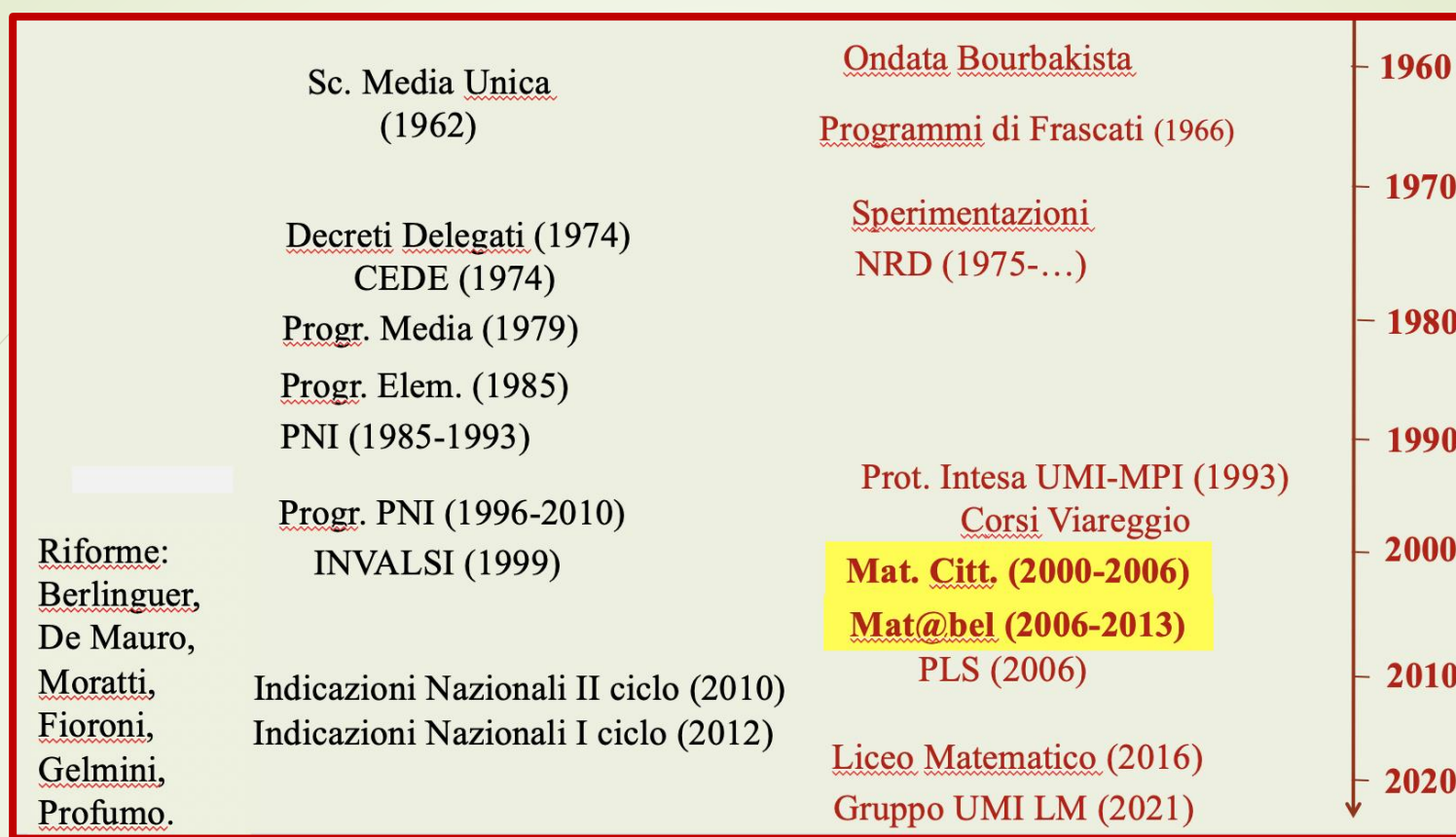
1980

1990

2000

2010

2020



## Aspetti di continuità

- La collaborazione **Università-Scuola**
- Collegamento con il **contesto istituzionale** della scuola
- Una didattica basata sul **laboratorio di matematica**
- **Convegni** per un confronto di esperienze e di ricerche

# Sommario

- Il presente: cambiamenti
- Alla ricerca delle nostre radici
- M@t.abel 2.0
- Conclusioni



**Ricerca  
didattica**

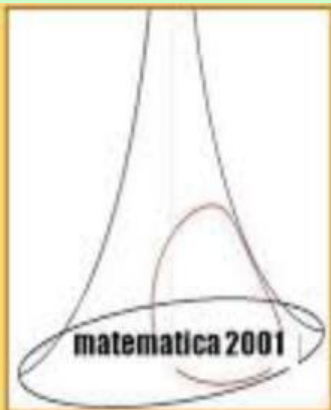
Ministero  
dell'Istruzione,  
dell'Università  
e della Ricerca

Direzione  
Generale  
Ordinamenti  
Scolastici

Unione  
Matematica  
Italiana

Società  
Italiana di  
Statistica

Liceo  
Scientifico  
Statale  
"A. Vallisneri"  
Lucca



matematica 2001

**La Matematica  
per il cittadino**

Attività didattiche e  
prove di verifica per  
un nuovo curriculum di  
matematica

Scuola primaria  
Scuola secondaria  
di primo grado

- L'era dei **linguaggi** di programmazione (anni '80-'90).
- L'era dei **software dedicati** (es. i DGS): le ICT come *infrastrutture rappresentazionali* (dagli anni '90).
- Le ICT come *infrastrutture rappresentazionali (IR)* e di comunicazione (**IC**) (dal 2000).

Un elemento che ancora non c'era:  
la **sincronizzazione** di m@t.abel con  
la **terza era delle ICT (IR)**. → m@t.abel 2.0

**CARTA  
CONVEGNI  
SPERIMENT.**

**FORMAZIONE  
BLENDED  
CONV. SPERIM.**

'70

2000

'05

'06

2012

...

**Ricerca  
didattica**

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca  
Direzione Generale Ordinamenti Scolastici  
Unione Matematica Italiana  
Società Italiana di Statistica  
Liceo Scientifico Statale "A. Vallisneri" Lucca

**matematica 2001**

**La Matematica per il cittadino**  
Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di matematica  
Scuola primaria  
Scuola secondaria di primo grado



Proposte per la didattica a distanza prodotte da ForMATH Project



**m@t.abel 2.0  
a distanza**



Il nuovo progetto ha coinvolto oltre 1200 docenti ed è stato concepito per sviluppare materiali e metodologie per uno scenario di didattica ibrida (on-site/DL) durante la pandemia, con un modello multilivello pensato per favorire l'interazione tra classi e docenti differenti.



Uno dei suoi obiettivi chiave era migliorare la **Discussione Matematica** in un ambiente ibrido, assistito tecnologicamente, con un'attenzione particolare alla partecipazione di tutti gli studenti al discorso.



**Fase 1**

**Fase 2**

**Fase 3**

**Fase 4**

**Fase 5**

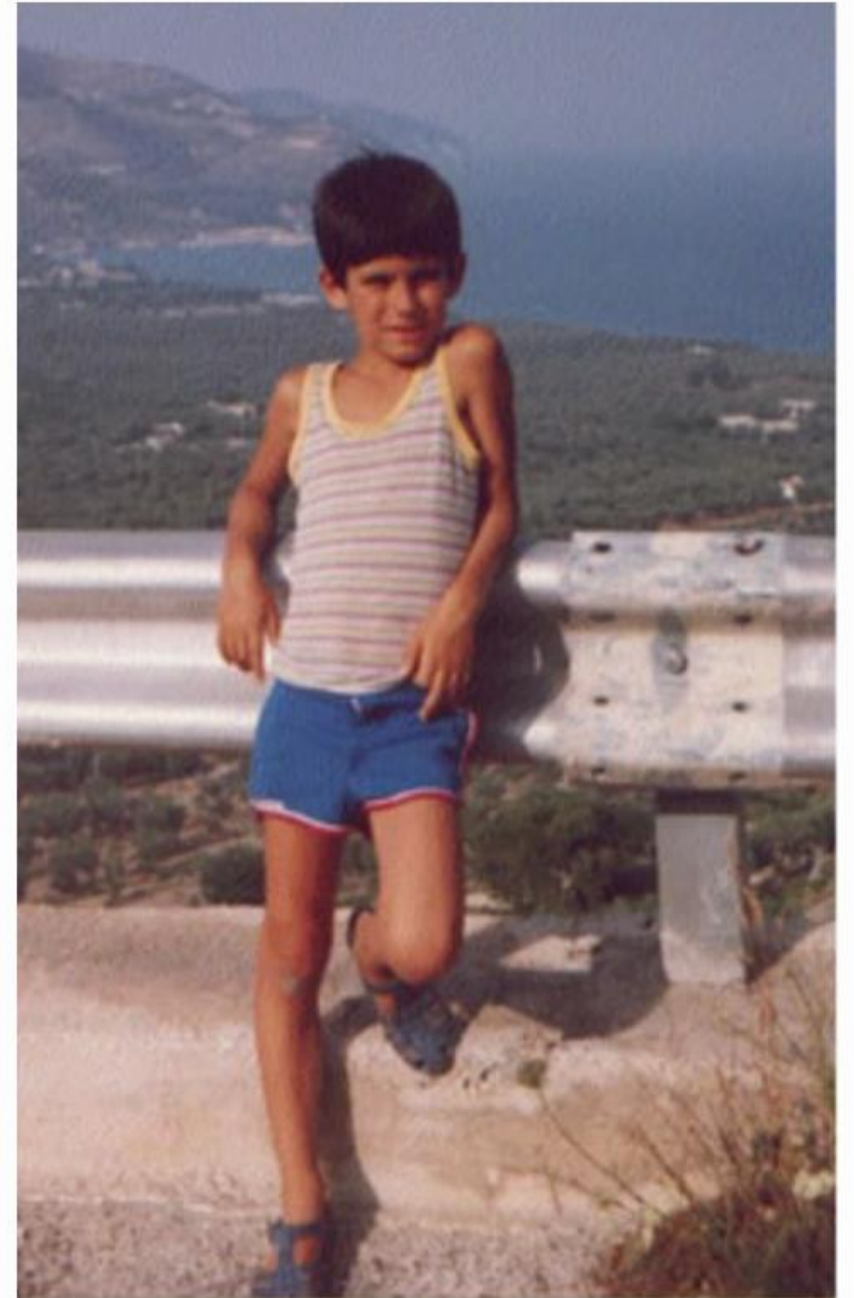
L'insegnante propone alla classe una situazione problematica, lasciando alcuni minuti di tempo per la riflessione individuale degli allievi, prima di cominciare la discussione di classe.

### **Situazione-problema**

*Luca guardando una sua vecchia foto di quando aveva 5 anni (Fig. 1) dice a Piero: "Guarda come ero piccolo! Quanto sono cresciuto in questi anni!" Piero: "Sarebbe carino sapere quanto sei cresciuto." Luca: "Ma come si fa, non so quanto ero alto quando avevo cinque anni. E nemmeno la mamma se lo ricorda".*

*L'insegnante: "Come potete fare per aiutare Luca e Piero a determinare la statura di Luca quando aveva cinque anni e di quanto è cresciuto da allora a oggi?"*

**Un esempio**

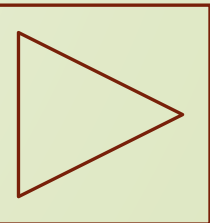




Abbiamo usato una nuova versione del problema.

Il compito è stato proposto agli studenti delle classi prime durante una lezione ed è stato anche inserito in un Padlet come video in cui il bambino nella foto, che ora ha 35 anni, chiede agli studenti di aiutarlo a ricostruire quanto fosse alto all'età di cinque anni quando è stata scattata la fotografia.

Gli studenti possono partecipare alla discussione pubblicando nel Padlet testi, link, video, immagini e file da condividere e per commentare reciprocamente le idee.



# Passo 1

Gli studenti hanno dovuto lavorare individualmente: ogni studente ha pubblicato la propria soluzione sul Padlet senza la possibilità di vedere i post dei propri compagni di classe, il che ha dato loro l'opportunità di prendersi il giusto tempo per pensare e spiegare le proprie idee.

The screenshot shows a Padlet board with the title "La foto - classe A - Elisa" and the subtitle "Questa che vedi è la foto di Luca da bambino. Come potete fare per aiutare Luca a determinare la sua statura quando aveva cinque anni?". The board is organized into several columns and rows of posts, each with a title and content. The posts include:

- Ginger**: A post about calculating the average height of a 5-year-old child and suggesting a method using a guardrail.
- Trovare altezza di Luca**: A post asking for help to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.
- Ipotesi dell'altezza di Luca**: A post suggesting a method to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.
- AIUTIAMO LUCA**: A post asking for help to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.
- Da Ronald**: A post suggesting a method to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.
- Ipotesi di "Maionese"**: A post suggesting a method to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.
- Maionese**: A post suggesting a method to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.
- Varenne**: A post suggesting a method to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.
- Cantonese**: A post suggesting a method to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.
- Luca da adulto rivede la sua foto e vi chiede un aiuto!**: A post suggesting a method to find Luca's height by measuring a guardrail and a child's position relative to it.

Each post includes a title, a description of the problem, and a proposed solution or question. The posts are arranged in a grid-like fashion, with some posts having more content than others. The board also includes a search bar and a filter button.



## Passo 2

Una volta che tutti gli studenti abbiano pubblicato le loro soluzioni, l'insegnante approva i post e li rende visibili a tutti. In questo modo è possibile per tutti leggere e commentare i post di qualsiasi altro compagno di classe e, allo stesso tempo, è consentito all'insegnante di avere una registrazione scritta delle loro idee.



# esempi

Il guard rail dietro Luca e di più o meno 18 cm. I 18 cm sono ripetuti in Luca per circa 5 volte:  $18 \times 5 = 90$  cm, quindi Luca sarà alto circa 1m e mezzo.

Volpe rossa



3 comments



**Anonimo** 4g

No, oltre che alla fine hai scritto 1 m 50 cm lui è più alto di 90 cm



**gommoso** 3g

si infatti un bambino di 5 anni non può essere alto 1 metro e 50 cm contando che io che ho 11 anni e sono alto 1 metro e 58 non può essere così alto



**Anonimo** 2g

e poi 18 centimetri sono una spanna

## Ipotesi di "Maionese"

-Il modo più semplice, ma meno preciso, di scoprire l'altezza di Luca è quello di cercare su internet l'altezza media di un bambino di cinque anni.

-Per provare ad avere un risultato più preciso, si dovrebbe scoprire dove sia stata scattata la foto, per misurare l'altezza del muretto su cui è poggiato Luca nella foto, per calcolare più o meno i centimetri tra il suolo e i gomiti di Luca. Il passo successivo sarebbe capire la restata altezza tra gomito e testa, per poi sommare le due misure ottenute e, se la mia ipotesi è corretta, scoprire l'altezza di Luca all'epoca.

## Ipotesi dell' altezza di Luca.

Supponiamo che l' altezza di un guard rail è di 70 cm più ci sono i 20 cm del muretto di sostegno, essendo Luca appoggiato per terra, dividiamo Luca in tre parti, dal piede a terra al ginocchio sono i 20 cm, dal ginocchio alla fine del guard rail sono 70 cm, poi dal gomito ai capelli sono gli ultimi 30cm. Adesso calcoliamo che la schiena è appoggiata contro il guard rail quindi il corpo è inclinato e dobbiamo aggiungere altri 5 cm, quindi l' altezza di Luca è di 1,25m.

( inoltre l' altezza media di un bambino di 5 anni è di 1,20m).

FIRMA

Artica e Tardigrado.



## Passo 3

L'impostazione digitale dell'attività implementata sulla piattaforma consente a studenti e insegnanti di condividere i Padlet (e quindi intrecciare discussioni) anche con altre classi e studenti.

Da questa bacheca online, quindi, parte la discussione matematica e...



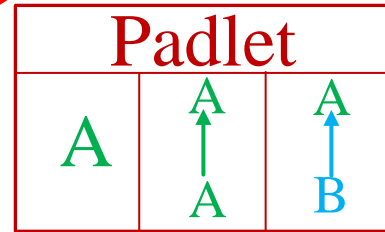
## Passo 4

... i testi nel padlet e l'attività diventano lo stimolo per un'ulteriore discussione matematica durante la lezione successiva.



# L'ambiente della discussione (due classi A, B)

Matematica



I


S

Contratto Did.

Compito:



Contesto



L'analisi delle discussioni secondo questo modello mostra che l'ambiente di apprendimento misto a più livelli supporta una forte differenza qualitativa rispetto alle normali discussioni in classe.

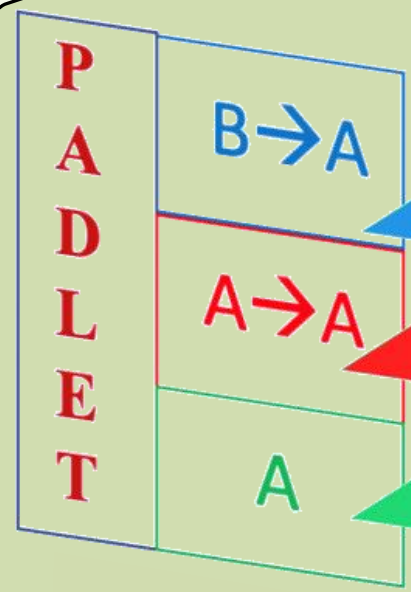
In una discussione usuale in una classe A ci sono l'insegnante, gli allievi, la lavagna.

Qui la situazione è più complessa.

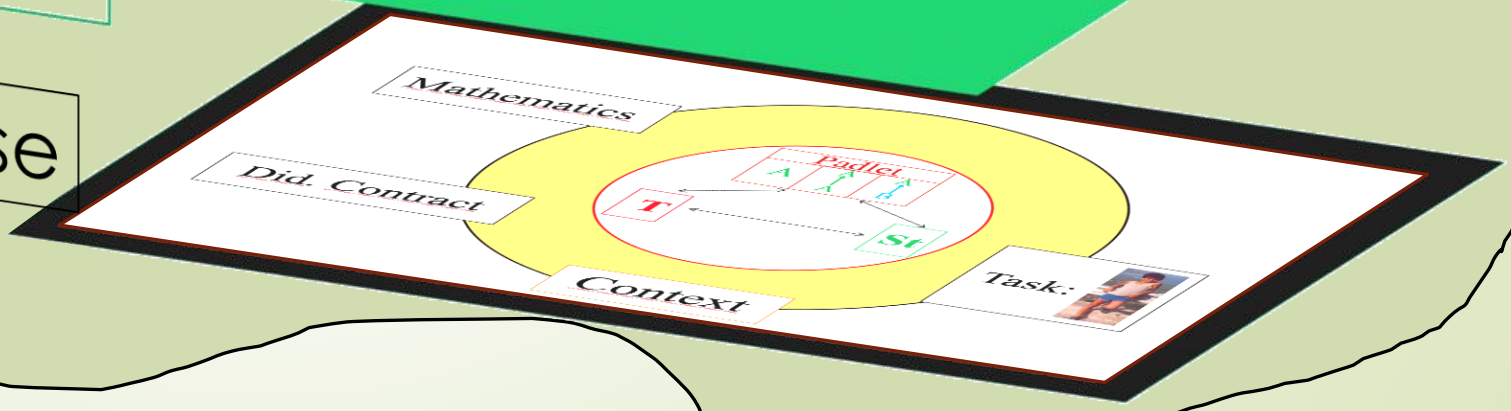
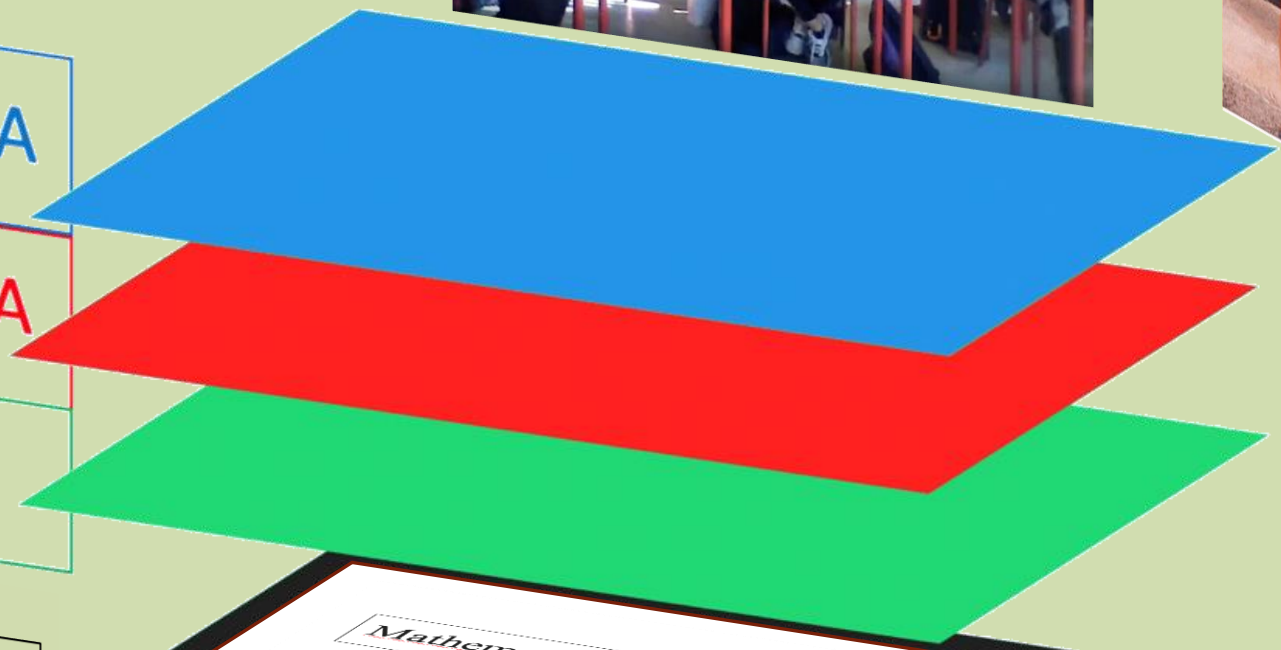
Si ha un'esplosione della quantità dei commenti e spesso anche un incremento della loro qualità.

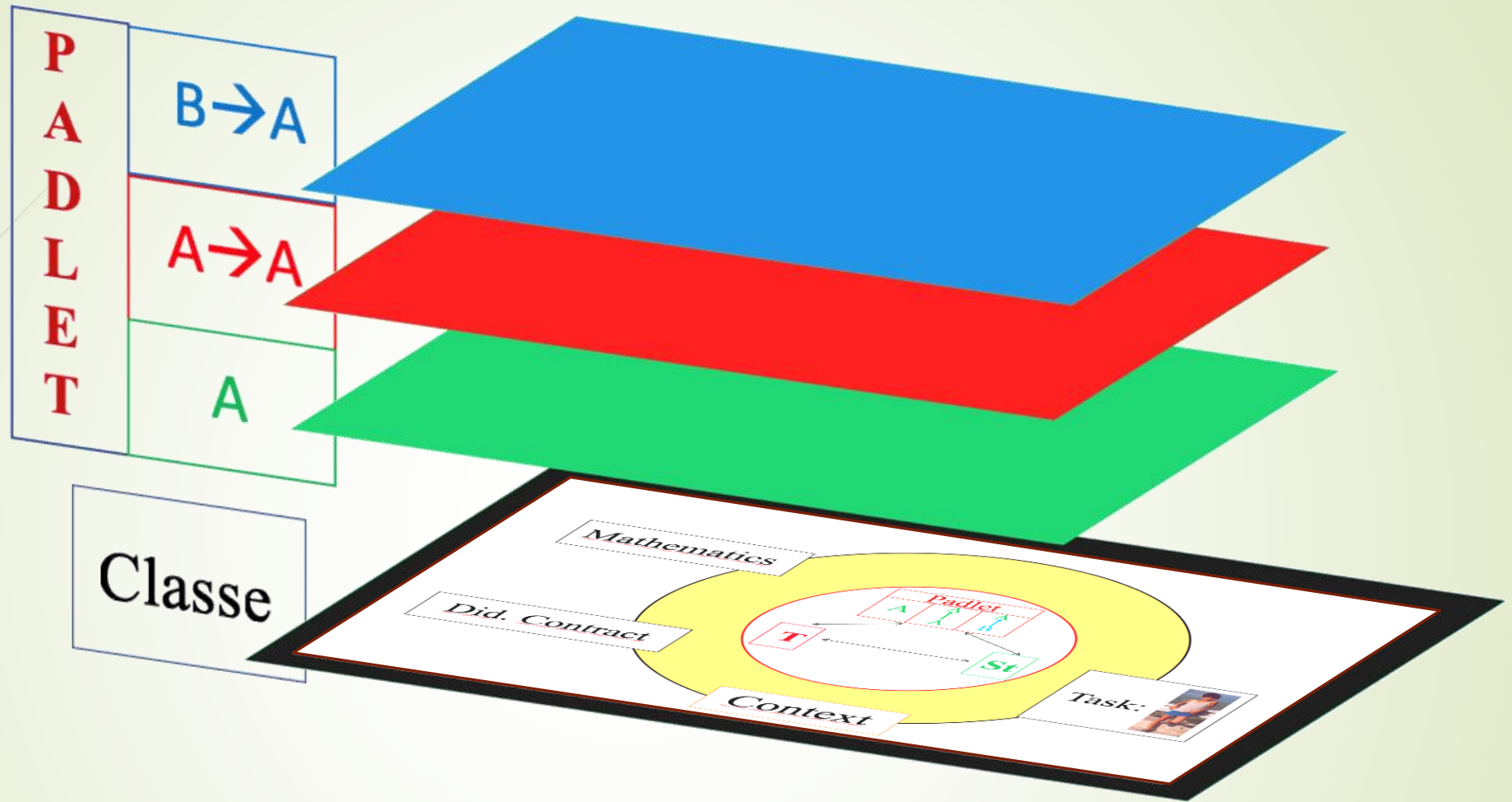


## I diversi livelli della discussione



Classe

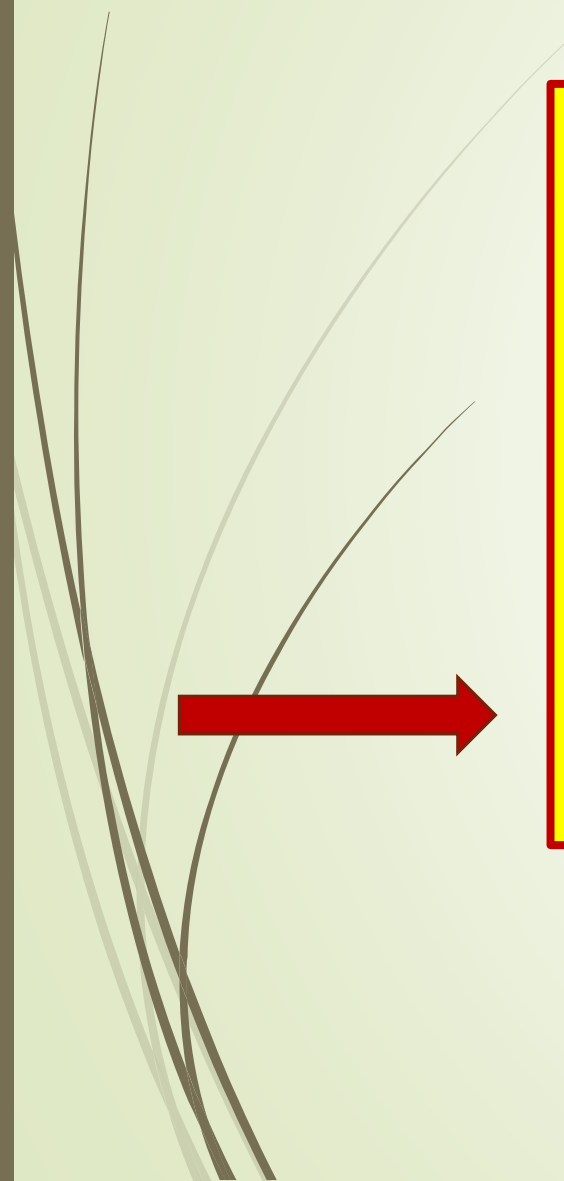






Si ha un'esplosione della quantità dei commenti e spesso anche un incremento della loro qualità.



# Sommario

- 
- 
- Il presente: cambiamenti
  - Alla ricerca delle nostre radici
  - M@t.abel 2.0
  - Conclusioni



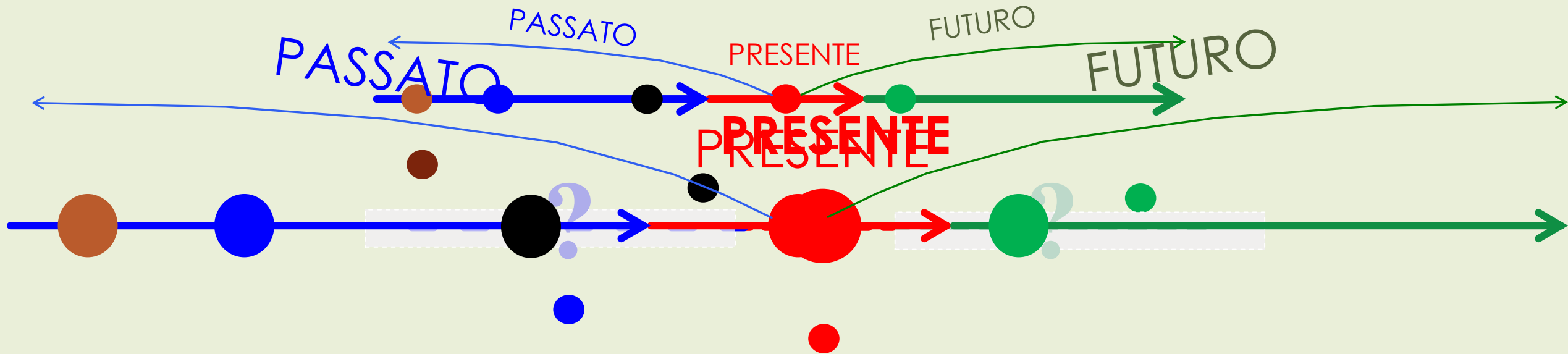


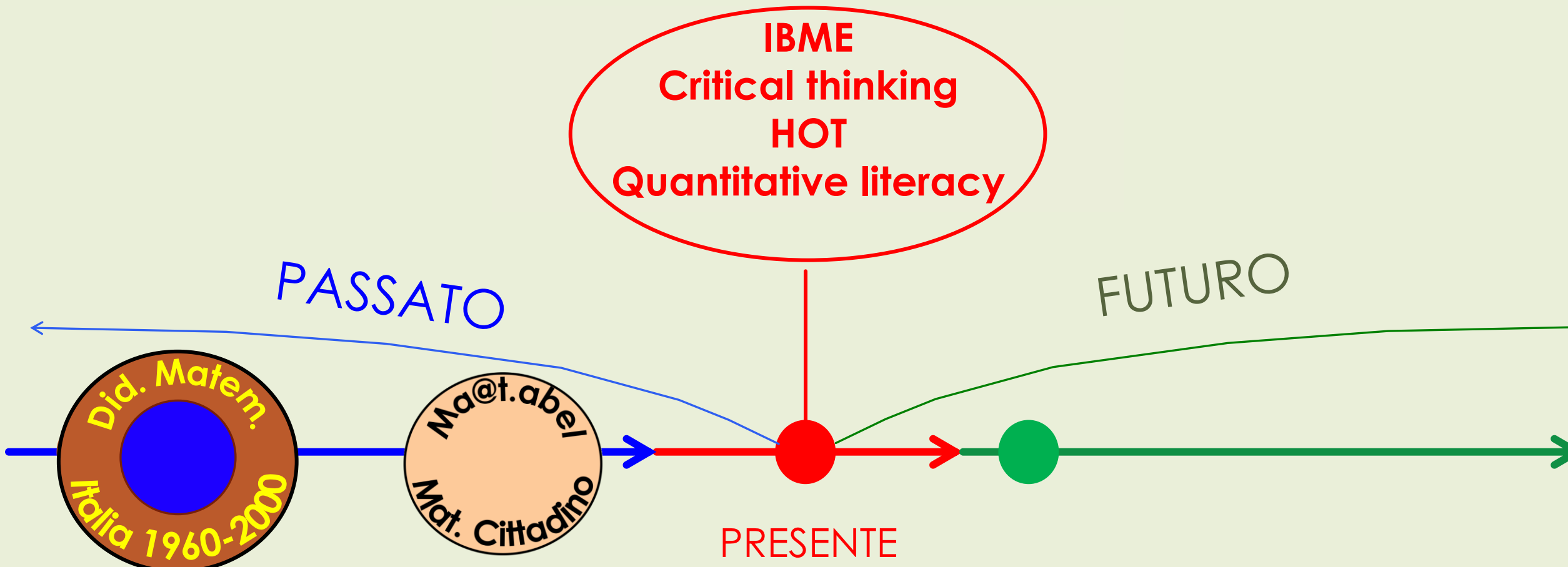
Avevo detto che con il mio intervento avrei cercato di rispondere in parte alla domanda che pone il sottotitolo di questo incontro:

**è cambiata la didattica  
della matematica in questi 20 anni?**

Ci ho provato ricordando alcuni eventi nella storia dell'insegnamento della matematica in Italia, alla ricerca ragionata di un asse che colleghi il nostro passato recente e lontano al nostro presente e al nostro futuro.

Il tempo non è infatti un insieme scollegato di attimi, con un presente punto isolato, ma una curva evolutiva che solo la nostra volontà può inclinare verso l'alto o verso il basso.

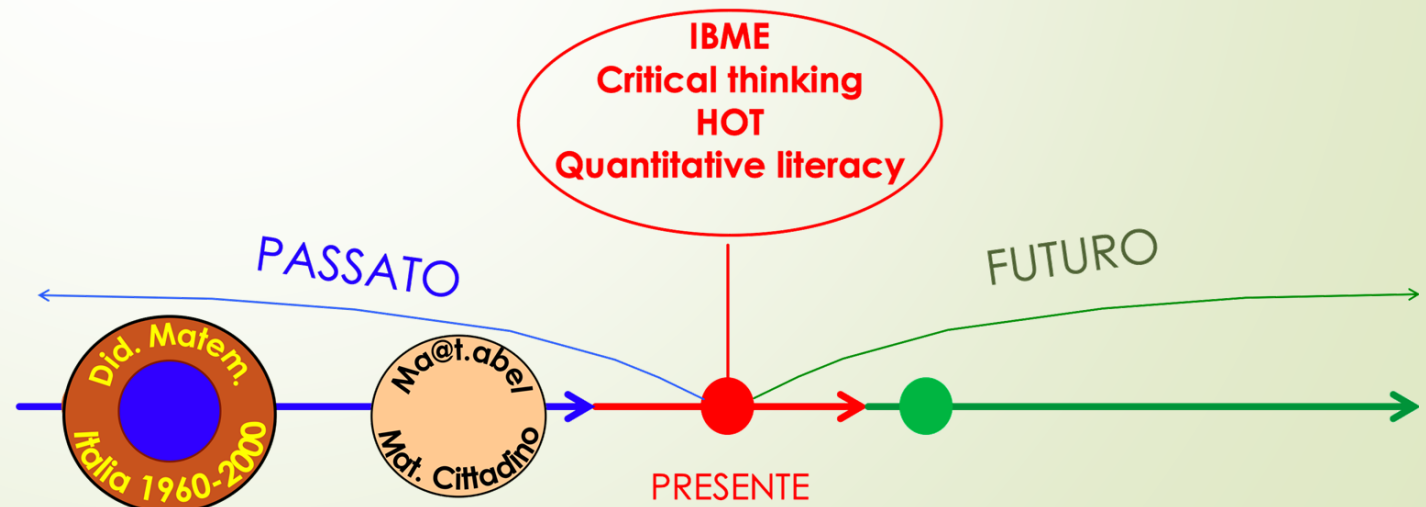




La mia risposta è:

*la didattica in Italia (e nel mondo) sta cambiando:*

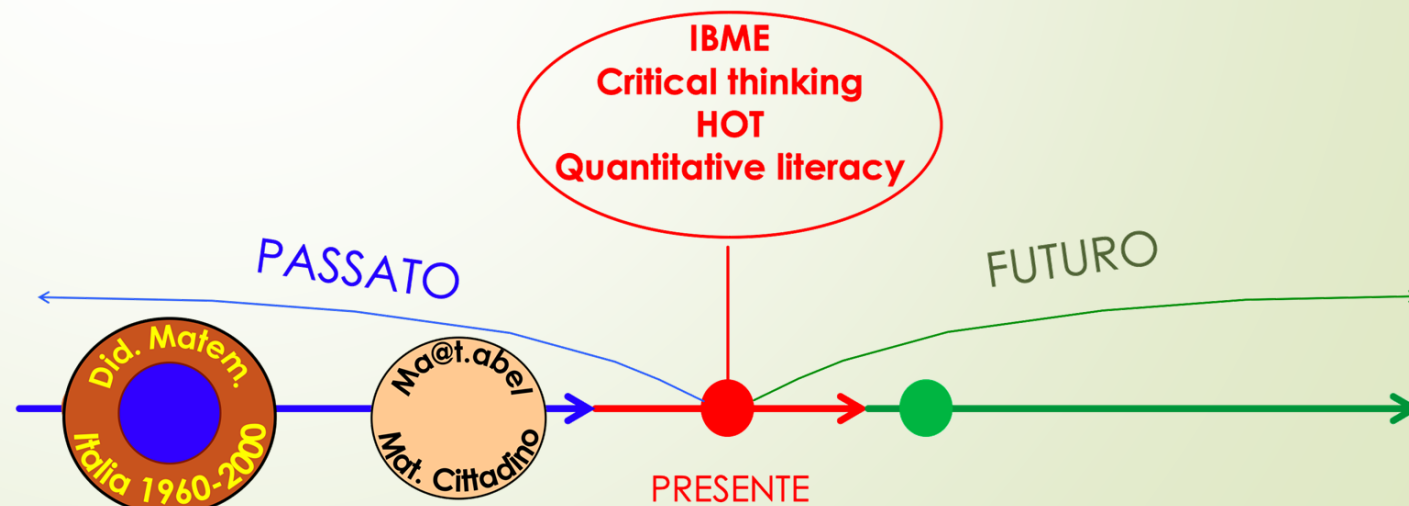
- *sia per l'evoluzione della nostra società, per es. per l'evoluzione delle ICT;*
- *sia con salti dovuti a cause inaspettate come la pandemia.*



Possiamo governare in qualche modo questi cambiamenti solo se abbiamo ben presente la nostra storia passata.

Per questo riflettere criticamente su Mat.abel e La Matematica per il Cittadino è estremamente importante.

Anche per non pensare che si parte ogni volta da zero.





Lucia Ciarrapico



grazie !