



# UDA di matematica

Prof.ssa Patrizia Colella - DS ITES Olivetti



## Il COVID 19 attraverso le discipline

### LEZIONE 2

Contenuti: le problematiche delle interpretazione dei dati

Analisi Matematica:

Funzioni esponenziali-funzioni logistiche –  
Asintoti orizzontali –Derivate- punti di flesso

*Studio sulla ricaduta in campo sociale, economico, politico, scientifico, etico e morale del particolare momento storico in cui stiamo vivendo causato dalla pandemia del Covid 19*

# Epidemie e matematica

Tra i vari modelli matematici a disposizione per descrivere il fenomeno della diffusione dell'epidemia del coronavirus, il più accreditato è il modello SIR

Il modello è descritto in termini di “compartimenti”.

Il **primo compartimento S (Suscettibili)** contiene gli individui che non presentano il virus all'interno del loro corpo e che risultano quindi “**suscettibili**” di essere infettati (tutta la popolazione non contagiata)

**Flusso da S a I** -Da questo compartimento S ciascun individuo **può** spostarsi nel **secondo compartimento I (Infetti)** dove ci sono invece gli individui che sono stati infettati.

**Flusso da I ad M** Da I ciascun individuo **può** (ma non necessariamente) andare in **M** **terzo compartimento M (Malati)** che contiene i soggetti che hanno sviluppato i sintomi della malattia, diagnosticata di conseguenza tramite test e che siano stati isolati, a casa, in ospedale o in terapia intensiva.

**Flusso da M ad R** Da questo compartimento M, un individuo **passerà certamente nel quarto e ultimo compartimento R** (Rimossi) è quello dove si trovano gli individui guariti e quelli morti.

# Schema

COMPARTIMENTO	
Suscettibili	tutta la popolazione non contagiata (disgiunto da R)
Infetti	Numero di individui che sono stati infettati (oggi non misurabile)
Malati	Numero di individui che hanno sviluppato i sintomi della malattia, diagnosticata di conseguenza tramite test e che siano stati isolati, a casa, in ospedale o in terapia intensiva. (insieme osservabile e misurabile)
Rimossi	individui guariti e quelli morti ( nell'ipotesi di sviluppare immunità i guariti non tornano nella categoria S) (insieme osservabile e misurabile)

**I modelli matematici sono impostati sulla stima di queste funzioni in funzione del tempo e delle funzioni che descrivono i flussi da un insieme all'altro**

**Nella realtà abbiamo difficoltà a stimare ad osservare l'andamento di alcuni di questi compartimenti con sufficiente rigore**

**In particolare la stima degli infetti è incerta in quanto non facciamo tamponi a tutta la popolazione suscettibile e da un certo momento in poi non abbiamo più fatto tamponi agli individui con il COVID 19 acclarato**

# COVID 19 –Dati VS informazione

Nel quotidiano riepilogo diffuso dalla Protezione Civile sui dati del contagio da coronavirus in Italia compaiono ogni giorno **due numeri che sembrano definire la stessa cosa e che però sono diversi.**

Per esempio domenica 22 marzo la Protezione Civile ha annunciato un aumento dei positivi al coronavirus di **3.957** pur essendo l'aumento complessivo dei **contagiati** uguale a **5.560**

## Cosa rappresentano questi numeri?

**Il primo numero** si riferisce una misura dell'aumento netto del compartimento (M) cioè il numero complessivo delle persone che in quel dato giorno si aggiungono al compartimento M classificati come «positivi», positivi al tampone sintomatici o asintomatici ricoverati o no, non contiene i guariti o i deceduti

### IL SECONDO NUMERO

**Il secondo numero** rappresenta il **numero di** individui in più di cui abbiamo la certezza che sono stati Contagiati (positivi) (**M+R**)

Se ci interessa conoscere gli andamenti della diffusione questo secondo numero è più utile

**Per fare un esempio estremo, se in un giorno ci fossero mille persone in più che sviluppano i sintomi (flusso da I ad M) e mille persone precedentemente contagiate morissero – oppure guarissero, il primo numero (aumento positivi) sarebbe uguale a zero: ma questo non sarebbe indicativo di un rallentamento della crescita del contagio.**

**Il contagio si sarà fermato quando il numero totale delle persone che hanno contatto il VIRUS (contagiati) rimarrà stabile (obiettivo già raggiunto in CINA)**

**Questo non significa che non ci sono più infetti o malati ma che il numero di Contagiati non sta aumentando ed è stabile (Si ferma il flusso da I ad M)**

I singoli compartimenti poi avranno andamenti differenti: Il compartimento M ha solo flusso in uscita e quello R ha sia flusso in entrata che in uscita

## Restituzione dei dati sul sito

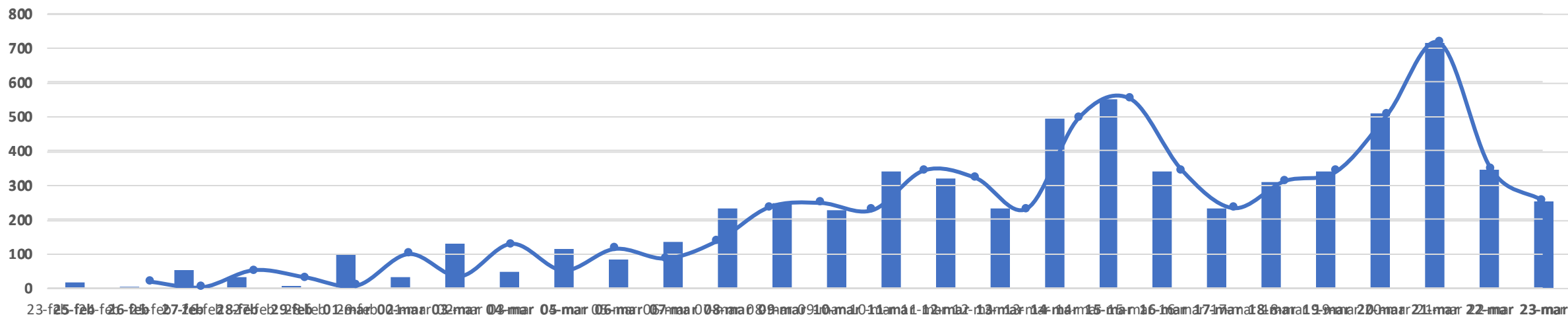
<http://www.salute.gov.it/>

confronto dati tra 22 e 23 marzo

Regione	AGGIORNAMENTO 23/03/2020 ORE 17.00							
	POSITIVI AL nCoV				DIMESSI/ GUARITI	DECEDUTI	CASI TOTALI	TAMPONI
	Ricoverati con sintomi	Terapia intensiva	Isolamen to domicilia re	Totale attualmente positivi				
TOTALE	19846	3009	23783	46638	7024	5476	59138	258402
TOTALE	20692	3204	26522	50418	7432	6077	63927	275468
differenza in più	846	195	2739	3780	408	601	4789	

# Il problema della rappresentazione dei dati e delle informazioni che ne possiamo ricavare

BERGAMO - dati giornalieri di flusso da I ad M



Il dato dei nuovi contagiati/positivi è un dato utile più nella sua globalità che non giorno per giorno

Nel grafico è riportato il dato dell'aumento giornaliero del numero dei contagiati (M+R) a

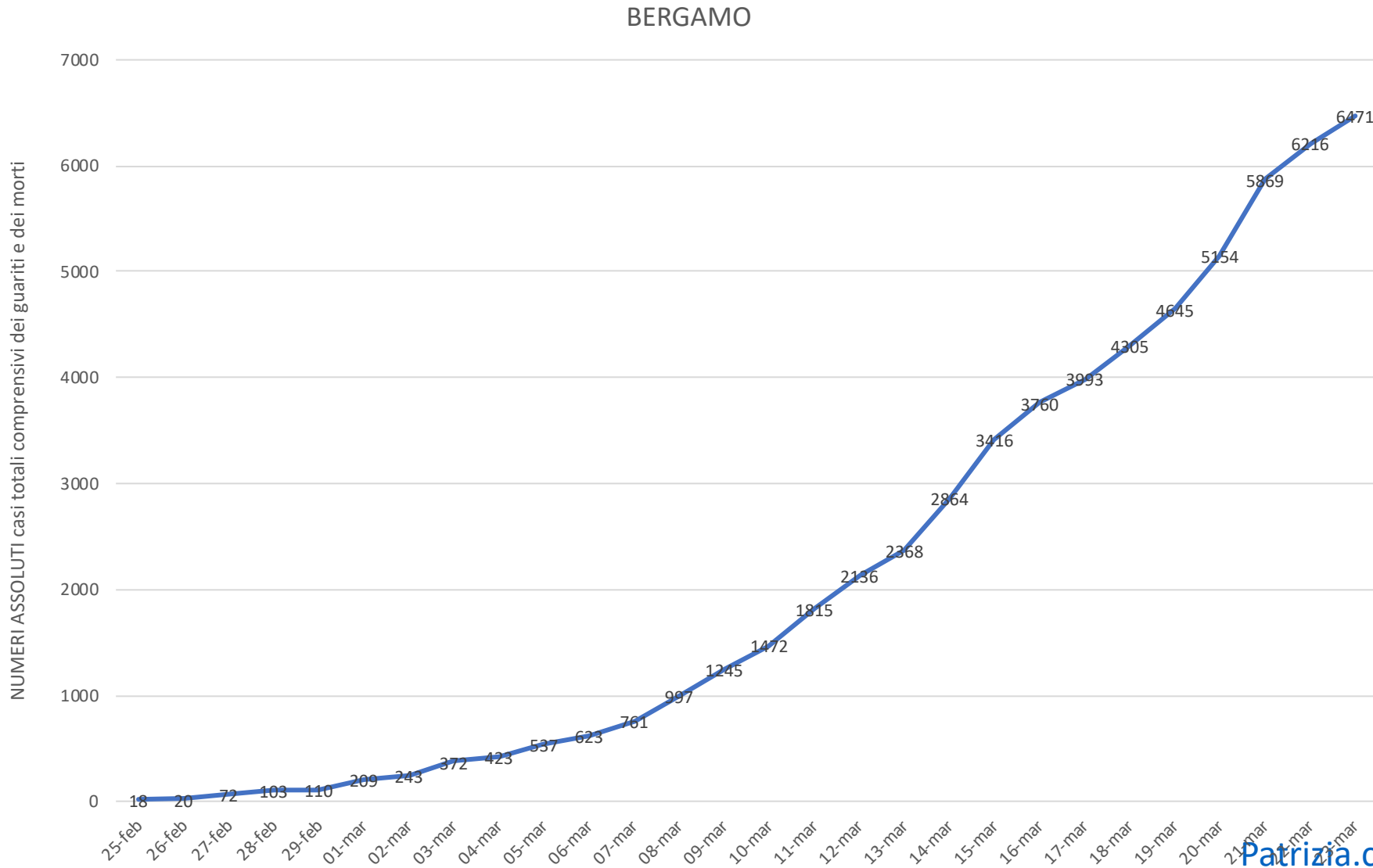
BERGAMO dal 23 febbraio al 23 marzo

Il dato è evidentemente influenzato da variabili non controllabili come il numero totale dei tamponi giornalieri o la tempestività della restituzione dei risultati. Le informazioni appaiono quindi incoerenti (dato oscillante)

**in questo grafico appare più utile cogliere la tendenza in aumento del numero di contagi giornaliero**

## LEZIONE 2

# Dalla rappresentazione dei dati al modello matematico



Questa rappresentazione dei dati riporta il numero totali dei contagiati in funzione del tempo - potremmo chiamare questa funzione  $C(t) = M(t) + R(t)$  (dato comprensivo dei guariti e dei morti)

**Il dato sarà tranquillizzante solo quando smettere di crescere e si stabilizzerà su di un valore costante (ricordate che teniamo dentro guariti e deceduti)**



# fino a quanto e fino a quando cresce un contagio?

All'inizio di un'epidemia, quando le persone infette sono poche, ognuna contagia un certo numero di persone con cui viene a contatto; ciascuna persona contagiata a sua volta ne contagia altre, e così via.

Questo processo «a catena» determina un aumento *esponenziale* del numero delle persone contagiate.

Se  $N_C$  è il totale dei contagiati all'inizio dell'epidemia, nella ipotesi che ciascuna ne contagi in media un'altra allora il secondo giorno saranno  $(N_C \times 2)$  - il terzo giorno  $(N_C \times 2) \times 2$  e così via quindi  $N = N_C 2^t$

La «base 2» rappresenta l'ipotesi di UNO contagia UNO, potrebbe non essere così, potrebbe essere peggio o meglio, per tenere conto di questo scriviamo la «base» come  $2^{1/\tau}$  e scriviamo la funzione come

$Y = N_C (2^{1/\tau})^t = N_C 2^{t/\tau}$  in questa formulazione  $\tau$  rappresenta il tempo di raddoppio (nella unità di misura in cui è espresso  $t$ ) quindi  $1/\tau$  rappresenta la rapidità con cui l'infezione si diffonde nel tempo.

Cerchiamo di capire meglio proprio guardando i dati reali.

## LEZIONE 2

# Vediamo i Dati Italiani dei contagiati fino al 13 marzo

DATA	giorni	totale_casi
2020-02-24T18:00:00	1	229
2020-02-25T18:00:00	2	322
2020-02-26T18:00:00	3	400
2020-02-27T18:00:00	4	650
2020-02-28T18:00:00	5	888

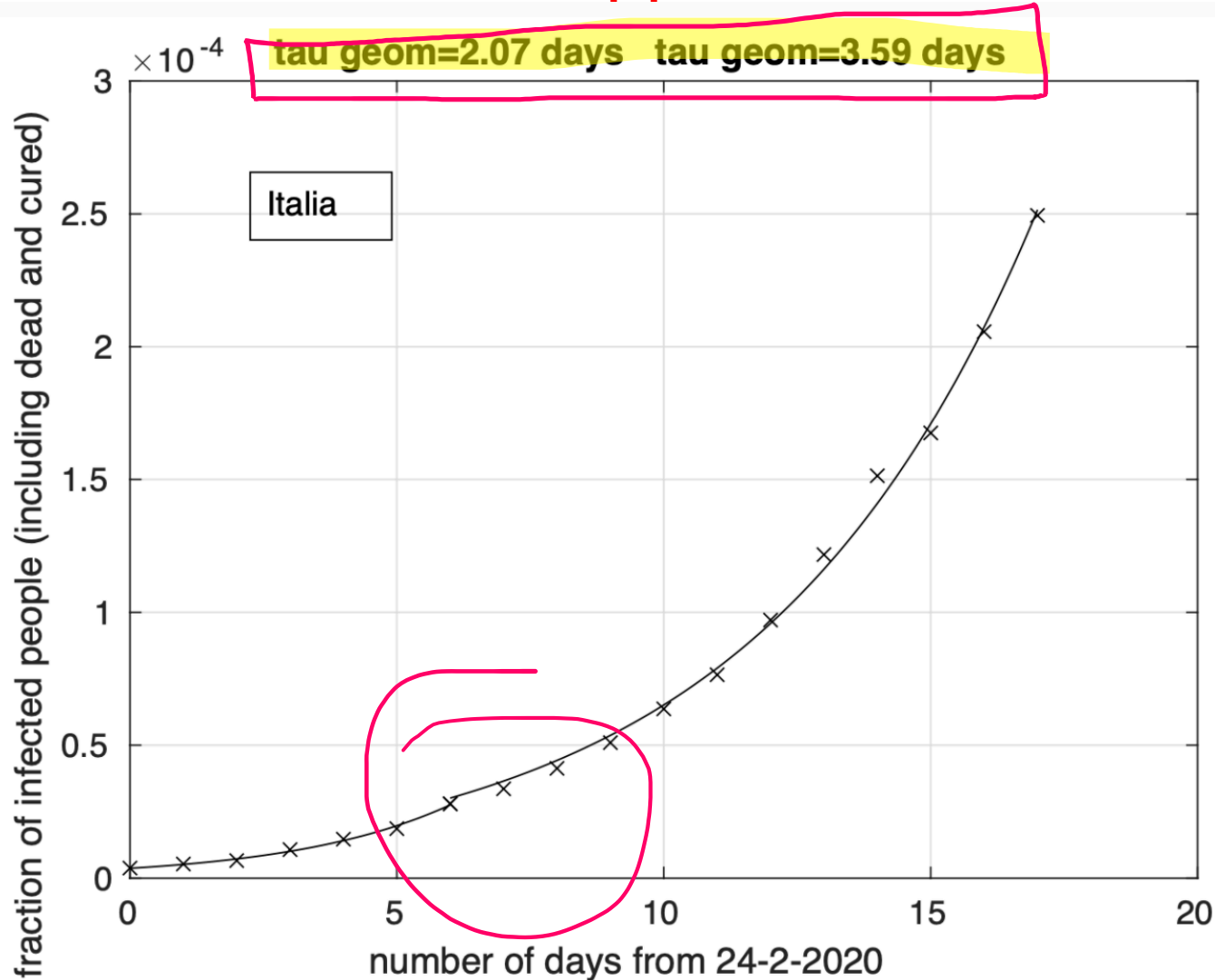
I dati dei primi 5 giorni raddoppiano approssimativamente ogni due giorni quindi  $\tau = 2$

2020-02-29T18:00:00	6	1128
2020-03-01T18:00:00	7	1694
2020-03-02T18:00:00	8	2036
2020-03-03T18:00:00	9	2502
2020-03-04T18:00:00	10	3089
2020-03-05T18:00:00	11	3858
2020-03-06T18:00:00	12	4636
2020-03-07T18:00:00	13	5883
2020-03-08T18:00:00	14	7375
2020-03-09T18:00:00	15	9172
2020-03-10T18:00:00	16	10149
2020-03-11T17:00:00	17	12462
2020-03-12T17:00:00	18	15113
2020-03-13T17:00:00	19	17660

I dati nei successivi 14 giorni raddoppiano approssimativamente ogni 3 giorni e mezzo quindi  $\tau = 3,5$

## Analisi dei dati al 13 marzo

## rappresentazione con un best fit esponenziale



Nel grafico in ordinata abbiamo frazione dei contagiati in rapporto alla popolazione.

Al 13 marzo i dati italiani seguono ancora un andamento esponenziale.

La percentuale di popolazione infettata è pari allo 0,025% della popolazione totale.

L'interpolazione dei dati con una funzione esponenziale è stato effettuato dividendo i dati in due classi ottenendo due differenti valori di  $\tau$ .

Il dato si spiega con il fatto che dal 28 marzo in poi non sono più stati effettuati tamponi a tappeto sulla popolazione a rischio, e quindi il **numero dei contagi successivo è sottostimato**.

Dal 28 marzo una velocità di raddoppio più bassa ( $\tau$  più alto) è di fatto un dato solo apparente!

# La crescita per fortuna ad un certo punto cambia

Il modello esponenziale che abbiamo visto si applica soltanto alle prime fasi di una epidemia.

Successivamente quando una frazione significativa della popolazione è stata contagiata, il ritmo di diffusione del contagio necessariamente si riduce!

Il motivo è che, tra le persone con cui ogni contagiato viene a contatto, alcune sono già infette e non possono quindi costituire nuovi contagi (immunità di gregge).

Questo processo di rallentamento della crescita può anche essere aiutato con misure di contenimento che diminuiscono le occasioni di contagio.

Quando una certa quantità di popolazione è stata contagiata la crescita dei contagi diminuisce e la funzione assume una caratteristica forma ad S

chiamata *curva logistica o sigmoide*

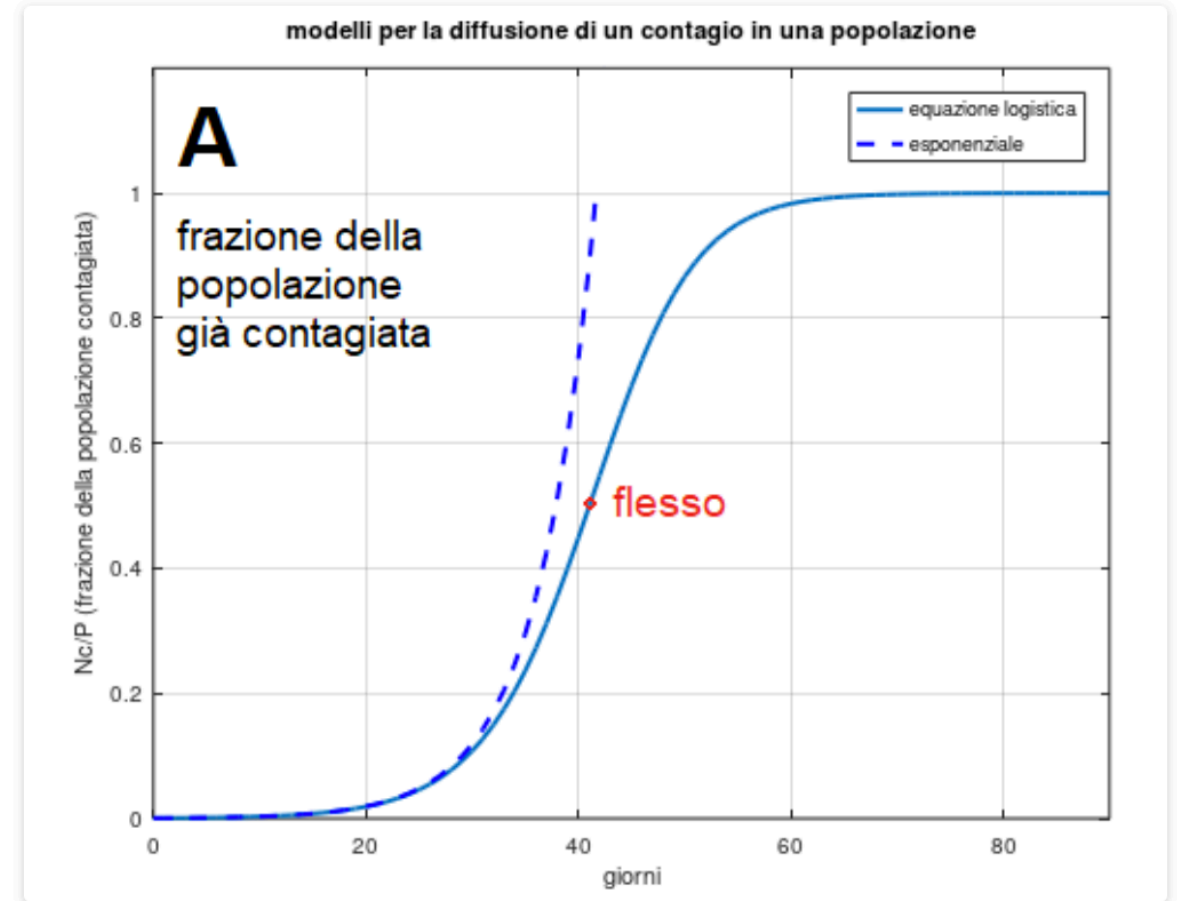
$$Y = \frac{N_{max}}{1 + K e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}}$$

*Questa funzione presenta un asintoto orizzontale  $Y=N_{max}$*

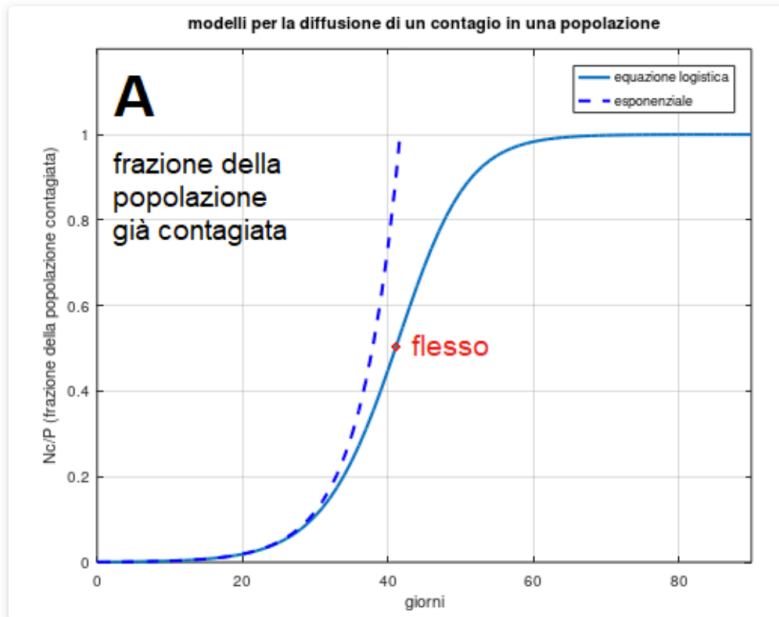
# Dalla funzione esponenziale alla funzione logistica

*L'andamento del contagio da un certo momento in poi si curva e vira verso un andamento logistico per tendere a ad un valore massimo*

*N.B. in questo grafico in ordinate è correttamente riportata la frazione del totale dei contagi in relazione alla popolazione totale*



# Evoluzione naturale o contenimento? Modello inglese o modello cinese?

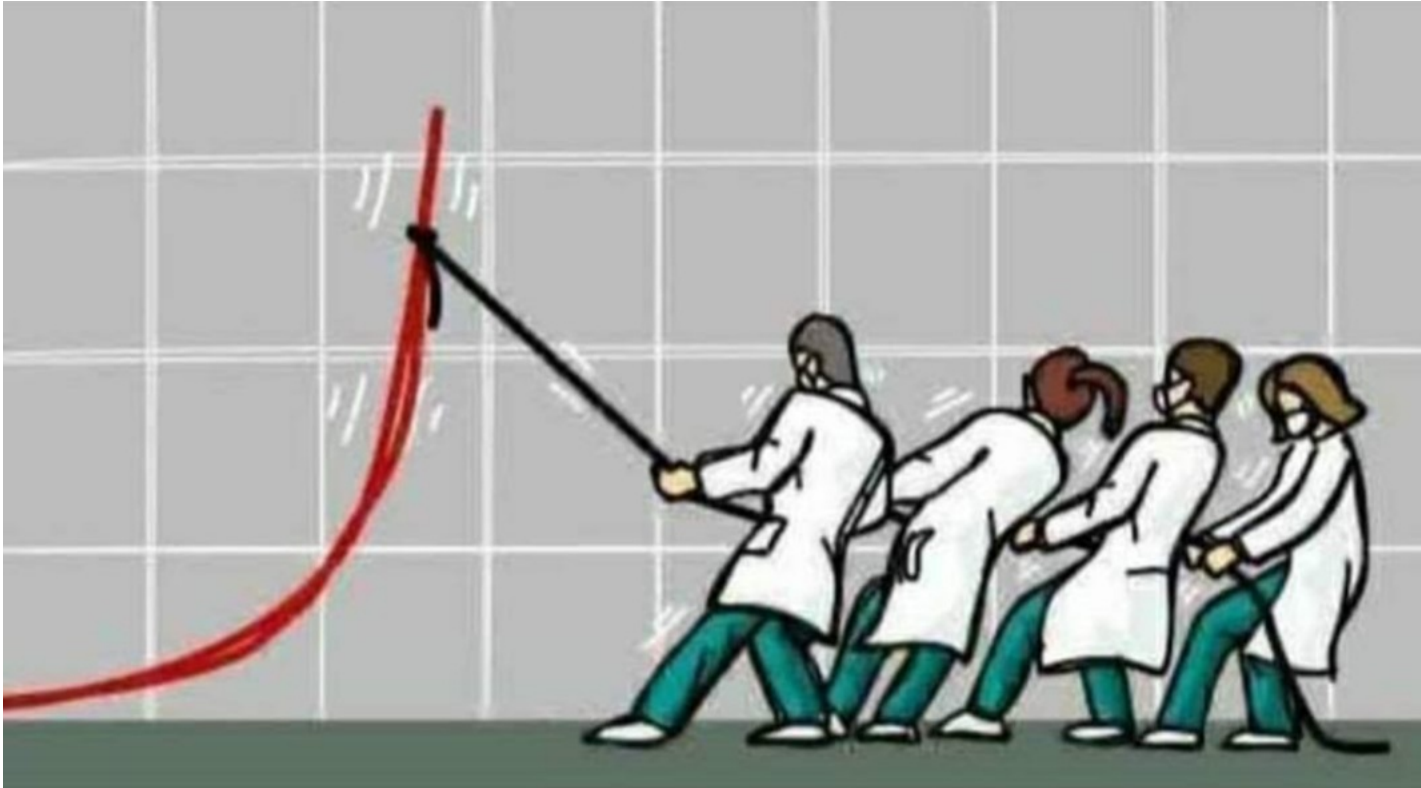


Il modello teorico ci dice che dopo un certo tempo i contagi crescono più lentamente (SIGMOIDE - flesso e cambio di concavità) avvicinandosi lentamente ad un valore massimo (tangente orizzontale)  
La tangente teoricamente dovrebbe valere 1 ovvero  
numeratore=denominatore  
ovvero numero di contagiati = totale della popolazione

Se inizialmente la velocità di contagio è molto alta si arriva alla tangente molto velocemente ovvero un numero di persone che necessitano di cure tutte insieme e in poco tempo!

E' evidente, e lo abbiamo capito anche tardi, che è necessario stirare la sigmoide in orizzontale, appiattare la curva, raggiungere il flesso (picco della derivata prima) ed arrivare alla tangente in un tempo più lungo e dobbiamo anche cercare di abbassare il valore della tangente

# Le misure di contenimento



## LE MISURE DI CONTENIMENTO

hanno un doppio effetto:

- da un lato STIRANO IN ORIZZONTALE la SIGMOIDE allungano l'intervallo di tempo nel quale arriviamo alla saturazione del campione (tangente orizzontale)
- dall'altro permettono di arrivare ad un valore della tangente (massimo stagionale) più basso corrispondente ad una porzione della popolazione relativamente piccola!

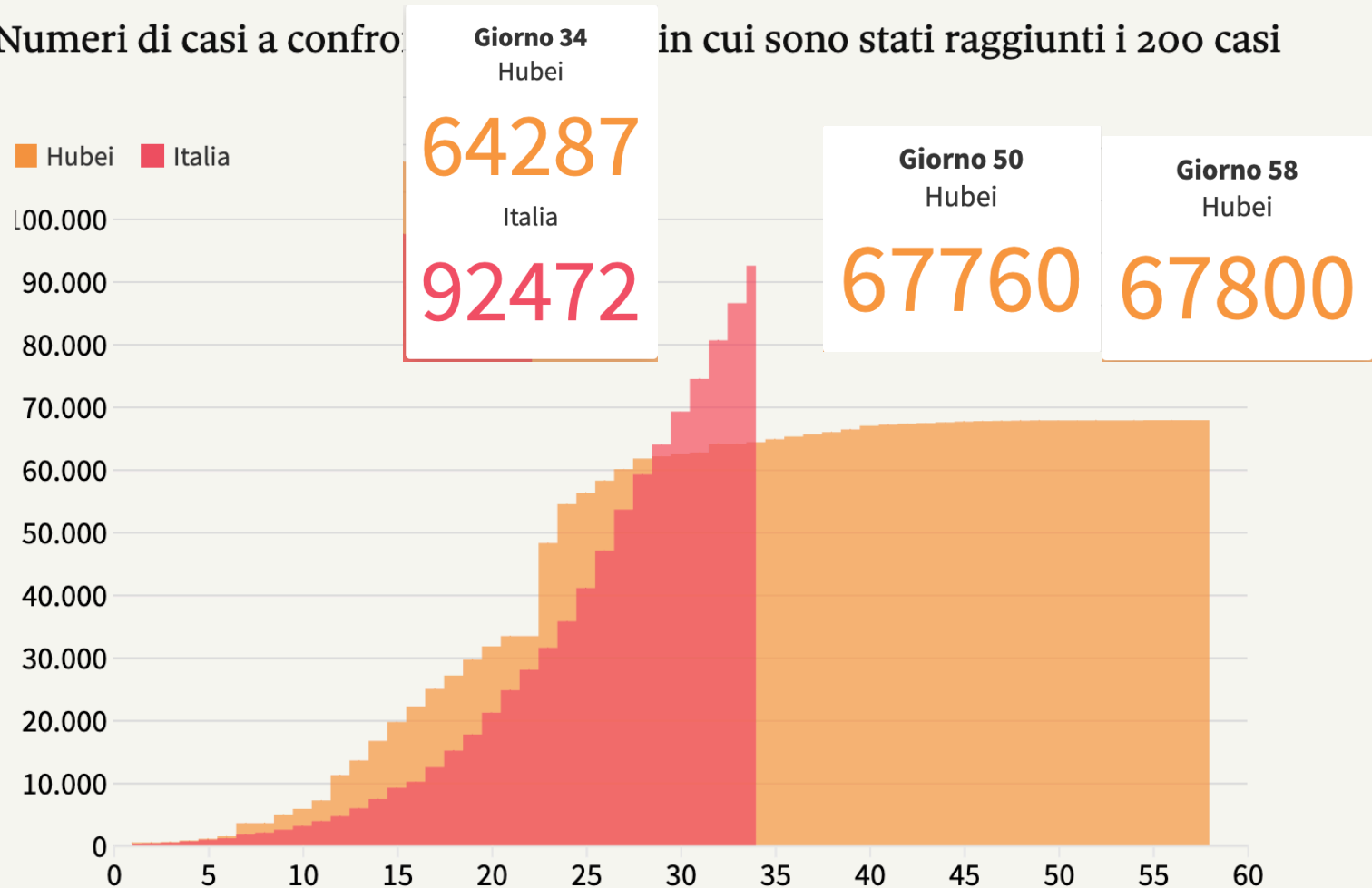
## LEZIONE 2

La CINA, per quelli che sappiamo ufficialmente ci è riuscita!  
Dati al 27 marzo - giorno 34 dall'inizio del contagio in ITALIA

Grazie alle misure di contenimento la Cina ha raggiunto la tangente di questa ondata (stagione) in un ciclo di 50 gg con una frazione di popolazione contagiata pari a 67.800/60.000.000 cioè 0,11% della popolazione della regione dell'Hubei.  
Al 34esimo giorno in Italia abbiamo 92.472 contagiati accertati su una popolazione pari a 60.400.000 (confrontabile con quella della regione dell'HUBEI) siamo già allo 0,15 % della popolazione italiana! E il dato è grandemente sottostimato!

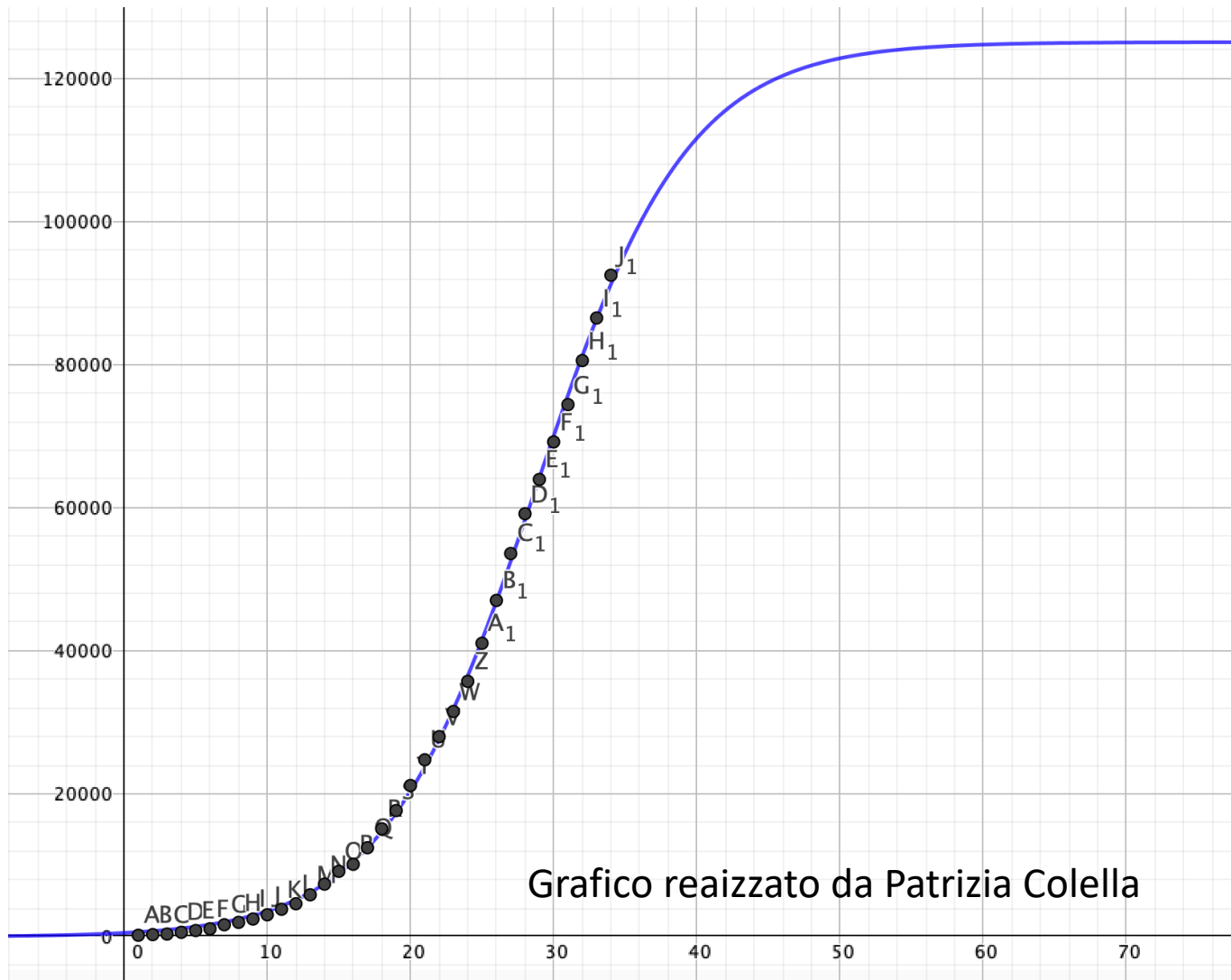
## La curva epidemica nell'Hubei e in Italia

Numeri di casi a confronto in cui sono stati raggiunti i 200 casi





## Compito 2



La curva che vedete rappresenta la regressione logistica dei dati al 28 marzo in Italia.

La funzione di best fit è

$$y = \frac{125.000}{1 + 220e^{-t/5}}$$

Il tuo compito:

- 1) Determina la tangente orizzontale e il punto di flesso di questa funzione
- 2) Calcola la derivata prima della funzione e rappresenta quest'ultima in funzione di t
- 3) Spiega quindi perché da giorni si parla di PICCO

## LEZIONE 2

- LA MATEMATICA DELLE EPIDEMIE | Il modello SIR

<https://www.youtube.com/watch?v=rKUnmst1Yxl>

Matematica delle epidemie: perché non sopporto alla previsione

[https://www.youtube.com/watch?v=TaoWd\\_Yl4o4](https://www.youtube.com/watch?v=TaoWd_Yl4o4)

La diffusione del contagio nelle epidemie: un modello matematico (ZANICHELLI)

<https://aulascienze.scuola.zanichelli.it/come-te-lo-spiego/2020/03/19/la-diffusione-del-contagio-nelle-epidemie-un-modello-matematico/>

I dati nazionali

<https://github.com/pcm-dpc/COVID-19/blob/master/dati-andamento-nazionale/dpc-covid19-ita-andamento-nazionale.csv>

I dati regionali

<https://github.com/pcm-dpc/COVID-19/blob/master/dati-regioni/dpc-covid19-ita-regioni.csv>

I dati per provincia

<https://github.com/pcm-dpc/COVID-19/blob/master/dati-province/dpc-covid19-ita-province.csv>

# Fonte dei grafici

- [https://www.ilsole24ore.com/art/coronavirus-corretta-interpretazione-dati-e-statistiche-ADNiLPD?utm\\_term=Autofeed&utm\\_medium=FBSole24Ore&utm\\_source=Facebook#Echobox=1584272065&refresh\\_ce=1](https://www.ilsole24ore.com/art/coronavirus-corretta-interpretazione-dati-e-statistiche-ADNiLPD?utm_term=Autofeed&utm_medium=FBSole24Ore&utm_source=Facebook#Echobox=1584272065&refresh_ce=1)
- <https://lab24.ilsole24ore.com/coronavirus/>
- <https://www.scienzainrete.it/articolo/analisi-dei-dati-epidemiologici-del-coronavirus-italia-al-23-marzo/giovanni-sebastiani/202>