Alberto Oliverio

LA MATERIA E I NUMERI

LETTURE DI FISICA E MATEMATICA

Editori Laterza

Prima edizione 1984
Terza ristampa 1986

Proprietà letteraria riservata
Gius. Laterza & Figli Spa, Roma-Bari

Finito di stampare nell'aprile 1986
nello stabilimento d'arti grafiche Gius. Laterza & Figli, Bari
CL 21-0123-8
ISBN 88-421-0123-0

INDICE SOMMARIO

FISICA

cap. I Cos'è la fisica

1. La motocicletta come sistema logico *di R.M. Pirsig* 3
   ***Scheda*: Le tappe della fisica** 7
2. Breve storia della fisica *di J.P.Blaser* 10
3. Che cos'è una legge della fisica *di C. Bernardini* 17
4. A cosa serve la fisica? *di R. Fieschi* 24
5. La nuova cosmologia: Copernico e Keplero *di N. Abbagnano* 28
6. Galileo Galilei e le leggi della natura *di L. Geymonat* 31
7. La fisica classica *di F. Capra* 35
8. La fisica moderna *di F. Capra* 39
9. Ordine fisico e ordine matematico *di G. Careri* 43

cap. II Le macchine al servizio dell'uomo

1. Storia della macchina *di G. Diambrini-Palazzi* 48
   ***Scheda*: Le macchine elettriche** 51
2. Dalle leve all'idraulica *di G. Gamow* 52
3. Da Galvani alle macchine elettriche *di G. Gamow* 57
4. Dai mulini ad acqua alle macchine termiche *di C. Bernardini* 64
5. Energie alternative per le macchine *da Il mondo della scienza* 67

cap. III La termodinamica

1. Rivoluzione industriale e termodinamica *di F. Mondella* 72
2. Il calore come movimento delle molecole *di E. Bellone* 74
3. Il calore è energia *da Il mondo della scienza* 79
4. L'entropia *di P. Angela* 87
5. Perché l'energia si conserva? *di F. Selleri* 90

cap. IV Spazio e tempo

1. I limiti dello spazio e del tempo *di C. Bernardini* 95
2. Le concezioni dello spazio e del tempo *di P.C.W. Dawies* 103
3. Lo spazio-tempo: dal Buddha alla fisica *di F. Capra* 104
4. Il moto è relativo *di L.D. Landau e G.B. Rumer* 109
5. La relatività ristretta e il paradosso dei gemelli *di T. Regge* 114
6. La teoria della relatività *di A. Einstein* 117

cap. V La fisica dell'universo

1. La luce delle stelle *di N. Henbest* 121
2. L'energia del Sole e la relatività *di N. Calder* 124
3. Einstein e i buchi neri *di N. Henbest* 129
4. La curvatura dello spazio *di G. Gamow* 135
5. L'universo in espansione *di N. Henbest* 140
6. Materia e antimateria *di J. Treffil* 145

cap. VI La fisica del mondo microscopico

1. Storia del nucleo *di O. Frisch* 151
2. La fisica dei neutroni *di A. Bono* 157
3. Neutrino e antineutrino *di P. Bianucci* 159
4. Gli invisibili quark *di F. Foresta Martin* 161
   ***Scheda*: Lunghezza, velocità, tempo, massa** 166
5. Usi pacifici delle reazioni nucleari *di U. Colombo e G. Turani* 168
6. La bomba nucleare *di A. Buzzati-Traverso* 171
7. La luce: onda o particelle? *da Il mondo della scienza* 175

cap. VII L'acustica

1. La biofisica dei suoni *di H.F. Harlow, J.L. McGaugh, R.F. Thompson* 185
   ***Scheda*: Il suono** 190
2. Acustica musicale *di P. Righini* 192
3. Dal grammofono all'alta fedeltà *da Enciclopedia Europea Garzanti* 195

MATEMATICA

cap. I I numeri tra astrazione e concretezza

1. La storia dei numeri *di Ettore Picutti* 207
   ***Scheda*: I numeri** 212
   ***Scheda*: I numeri binari** 214
2. L'esplorazione dello spazio e il calcolo matematico *di B. Ghiron* 214
   ***Scheda*: Breve storia della matematica** 222
3. La natura astratta della matematica *di A. Whitehead* 222
   ***Scheda*: L'algebra e il suo linguaggio** 226
4. I numeri sono origine di tutte le cose: Pitagora *di L. Geymonat* 227

5. I numeri e la tecnica: Archimede *di L. Geymonat* 230
6. I numeri e lo spazio: Euclide *di L. Geymonat* 233
Scheda: **La geometria e i triangoli** 234
7. I numeri e la geometria come metodo analitico: Cartesio *di R. Fabietti* 236
Scheda: **La geometria analitica** 238
8. I numeri applicati alla meccanica: Newton *di L. Geymonat* 241
Scheda: **Il calcolo infinitesimale** 242
9. Molti fenomeni naturali sono periodici *di A. Whitehead* 244
10. Il fascino sottile del Triangolo Aritmetico *di E. Picutti* 248

cap. II Dalla certezza alla probabilità

1. La vaccinazione antivaiolosa e il calcolo delle probabilità *di L. Geymonat* 255
2. Vero, falso, oppure probabile? *di B. de Finetti* 258
3. Testa o croce? La teoria dei giochi *di B. D'Amore* 263

cap. III La logica: tra matematica e filosofia

1. La nascita della logica moderna *di H. Reinchenbach* 271
2. La logica e i fondamenti della matematica nell'Ottocento *di C. Mangione* 275
Scheda: **Le origini storiche degli insiemi** 279
Scheda: **L'algebra di Boole** 280
3. L'infinito potenziale *di L. Lombardo Radice* 280
4. I numeri cardinali infiniti *di L. Lombardo Radice* 284
5. La logica di Bertrand Russell *di N. Abbagnano* 291
6. La teoria dei grafi *di M. Gardner* 293
7. Una storia ingarbugliata: Excelsior *di L. Carroll* 300

cap. IV Le geometrie

1. Dalla verità assoluta di Euclide alla relatività di Einstein *di P. Parrini* 303
2. Storia delle geometrie non-euclidee *di N. Abbagnano* 305
3. Geometrie non-euclidee e infinito *di W. Hollitscher* 307
4. Le dimensioni dello spazio *di W.W. Sawyer* 310
Scheda: **Topologia: la geometria della posizione** 320
5. La prospettiva e il disegno *di W.W. Sawyer* 320
6. Le ispirate simmetrie geometriche di Scott Kim *di M. Gardner* 327

cap. V I multiformi aspetti della matematica

1. La teoria della catastrofe *di E.C. Zeeman* 330
2. Matematica e musica *di F.K. Prieberg* 335
3. Matematica e arte *di M. Emmer* 338
4. L'analisi numerica e il calcolatore *di G. Giorello* 349
5. Quando la parte rappresenta il tutto: i campionamenti statistici *di G. Arangio Ruiz* 353

Dizionario dei termini tecnici 359

facendo inoculare la malattia nei suoi bambini, teme di vedere ben presto perire ciò che di più caro ha al mondo e di esserne la causa. Molti genitori rifiutavano di adottare l'inoculazione proprio per questo timore, che è stato fortunatamente dissipato dalla scoperta del vaccino[1].»

Si tratta, come ognun vede, di difficoltà strettamente collegate alla definizione poco sopra riferita della probabilità come grado di certezza; era proprio la presentazione soggettivistico-psicologica di essa che conduceva a confondere i problemi concreti — connessi a una grave decisione del singolo individuo — con i problemi teorici, rigardanti il significato scientifico del nuovo calcolo.

L'interpretazione della nozione di probabilità dà effettivamente luogo ancor oggi a gravi dibattiti fra soggettivisti, logicisti e frequentisti, ma sono dibattiti esattamente circoscritti, che non scaturiscono più — come nel Settecento — da una inconsapevole soprapposizione di sfere diverse. È chiaro comunque che un'impostazione rigorosa di essi esige un'accuratissima critica dei fondamenti: critica che non poteva nemmeno venire abbozzata quando il calcolo delle probabilità non aveva ancora raggiunto un primo assetto sistematico. Essa potrà sorgere solo *dopo* l'elaborazione di Laplace, per l'appunto, quale approfondimento logico ed epistemologico delle nozioni cui fanno riferimento le ipotesi ivi emerse come essenziali.

B. DE FINETTI, in B. GHIRON, *La matematica*, Editori Riuniti, Roma 1982, pp. 248-251; 254-255

2. Vero, falso, oppure probabile?

Pregiudizi in favore della «certezza»

Secondo le vedute correnti alla «dicotomia» (separazione, contrapposizione) astrattamente logica di *vero* e *falso* dovrebbe corrispondere un'altrettanto rigida «dicotomia» nell'atteggiamento di ciascuno nel rispondere nettamente *sì* o *no*, «certissimamante *sì*» o «certissimamente *no*», riguardo a qualsiasi asserzione: da versioni di fatti storici a leggi o teorie scientifiche, da analisi di situazioni concrete a previsioni di fatti e situazioni future. E così pure per proprie decisioni, o per propri consigli riguardo a decisioni altrui o decisioni collettive, una scelta univoca e incondizionata, un semplice e rigido *sì* o *no*, sembra l'unico comportamento responsabile e apprezzabile. Ogni opinione e posizione intermedia, ogni valutazione attenta e posizione intermedia, ogni valutazione attenta e serena del pro e del contro, ogni differimento o subordinazione di una scelta fra decisioni possibili in vista della evoluzione di situazioni in atto, ogni idea su ciò che accadrà in futuro

1. Anche il fatto che l'inoculazione in un organismo umano di vaiolo vaccino gli procurasse una certa immunità rispetto al vaiolo umano era noto da tempo ai popoli orientali; ma lo studio scientifico di questo fenomeno e la sua piena valorizzazzione per l'immunizzazione degli uomini risale solo al 1798. Il merito della «scoperta» spetta al medico inglese Edward Jenner (1749-1823) che in tale anno pubblicò una memoria fondamentale sugli accuratissimi esperimenti da lui eseguiti in proposito.

espressa come una *previsione in termini di probabilità* anziché come una predizione facilonescamente perentoria, sembra venir interpretata come sintomo di apatia, di indifferenza, di ignoranza, di irresolutezza, di pusillanimità, di inettitudine. Mentre, all'opposto, è soltanto su queste basi che si può sviluppare *un metodo di pensare e di agire* responsabilmente meditato e coerentemente predisposto ad avvalersi di ogni nuova acquisizione od esigenza: ben lo aveva visto, nella sua saggezza, Confucio, quando disse che «certezza» era una parola da sopprimere.

Si potrebbe cercare il perché delle vedute correnti inclini alla «certezza» in molteplici antecedenti storico-culturali, dalle filosofie alle religioni e alle superstizioni, che preferiscono ignorare o negare ogni fattore incerto o casuale attribuendo l'accadere dei fatti a «cause» o «leggi» ineluttabili, o alla volontà di Dio o di altri agenti soprannaturali, o al «destino», magari conoscibile grazie a «maghi», «astrologhi» e fattucchiere (cui c'è ancora gente che presta fiducia!). Ma la scienza stessa, quando alcune sue branche (la meccanica, la fisica, l'astronomia) si svilupparono traducendo in forma matematica concezioni rigidamente *deterministiche* (cioè: con «leggi» che fissano esattamente il decorso futuro dei fenomeni, data la situazione iniziale), favorì l'idea che tutto il futuro sia già irrimediabilmente scritto, come univoca prosecuzione possibile della naturale evoluzione, a partire dalla situazione nota, che è quella in cui oggi ci troviamo. Tale visione così totalitariamente determinista costituisce invero più un'incauta generalizzazione di profani o filosofi o umoristi che non di scienziati; e, comunque, dalla «*determinatezza*» (vera o presunta che fosse) alla «*prevedibilità*» ci corre. Basta pensare come conseguenze macroscopiche dipendano sempre da coincidenze fortuite e da deviazioni impercettibili che le hanno prodotte.

Ma ciò non è bastato a preservare da siffatte incaute generalizzazioni. Perché?

Il disagio di fronte all'«incertezza»

Il perché più vero e profondo è probabilmente (come dovunque) di natura psicologica. E la psicologia umana (si attribuisca ciò a fattori innati o a motivi acquisiti e storici) ha la tendenza a rifuggire dall'incertezza, a pensare o a dare (o comunque a dire, senza fare esplicita menzione di sottintese incertezze) come vere, come certe, tutte le informazioni che ritiene per sé o comunica ad altri. (Solo in casi dove sarebbe assurdo farne a meno viene detto «forse»; e spesso si dice addirittura «non so» in modo da sottrarsi ad ogni pur minima responsabilità.)

Si tratta, secondo John Cohen (uno psicologo inglese che si occupa intelligentemente, dal suo punto di vista, di probabilità), di un senso di disagio causatoci dall'incertezza: «Non è facile sopportare l'incertezza». Tale disagio, e il difetto mentale che ne consegue, è aggravato dal nefasto spirito dottrinario che imperversa nel nostro ambiente culturale e soprattutto nella scuola e nei metodi di insegnamento, dove — dice sempre Cohen — «sembra che i ragazzi vengano istruiti a credere che esistano soltanto *cut and dried questions* per le quali si deve sempre conoscere un altrettanto *cut and dried answer*». (Si potrebbe tradurre: domande e risposte «aride e bell'e pronte».) Cosicché, egli conclude, «davanti a una questione che non ammetta un'unica risposta esatta, essi rimangono confusi e perplessi».

La valutazione delle probabilità

Il discorso che occorre riprendere, per uscire da tali strettoie e distorsioni mentali, è, in generale, quello dei *pragmatisti*. Ad essi — come scrisse Papini — «premeva insegnare con quali cautele e quali accorgimenti si possa giungere a ottenere delle proposizioni che abbiano un senso».

A tal fine occorre anzitutto:

— *definire «operativamente»* ogni nozione che sia ingiustificatamente accettata come *aprioristica*;

— *relativizzare* ciò che è ingiustificatamente posto come *assoluto*;

— *soggettivizzare* ciò che è ingiustificatamente presentato come *oggettivo*.

Ad esempio, non si deve pensare la nozione fisica di *massa* come «ovvia», preesistente alla considerazione dei metodi con cui *misurarla*: sono invece tali metodi sperimentali che permettono di *definire*, «*operativamente*», la stessa *nozione* di massa in modo sensato e corretto. La portata di tale capovolgimento di mentalità risulta assai più evidente pensando alla rivoluzione cui porta in molti casi: la definizione di *simultaneità* risulta ad esempio introducendola operativamente come fece Einsten, non una relazione di tipo assoluto ma dipendente dal sistema di riferimento (cioè: se vale *per me*, non vale per osservatori *in moto* rispetto a me; e non serve dire che ci si riferisce a un sistema *in quiete*, perché ogni sistema è in quiete rispetto a se stesso e in moto rispetto agli altri, e nessuno è in alcun modo privilegiato). Analogamento, in altro tipo di argomenti, dire di qualcuno che «è bello» (o che «è simpatico») non è un'affermazione oggettiva per cui ha senso dire che sono nel vero quelli che l'affermano e che quelli che la negano sbagliano (oppure viceversa); bisogna dire (o comunque, altrimenti, sottintendere) «bello per me», «bello per il tale», «bello secondo il gusto dei più», «simpatico a me» o «al tale» o «ai più», e via dicendo, e la proposizione sarà vera se — nella versione così precisata — dice il vero, e falsa se dice il falso. Il discorso è stato così allargato, al di là del nostro argomento specifico, per mostrare il carattere generale dell'esigenza che preme chiarire nel caso che ci interessa e di cui si sono fatti cenni incidentali parlando del «disagio» per l'«incertezza» e della conseguente deplorevole tendenza a porre ogni questione in termini semplicistici di «vero/falso», riconducendoci a «*cut and dried answers*».

Anziché considerare normale il caso della certezza e patologico quello dell'incertezza, dobbiamo riconoscere che il caso della certezza (certezza assoluta) è, se non un'astrazione illusoria, per lo meno un caso-limite, mentre è normale il caso dell'incertezza, nel quale importa sempre cercare di analizzare il proprio atteggiamento o convincimento traducendolo in una valutazione di probabilità.

Tutti sappiamo, praticamente, cosa ciò voglia dire, ché tutti usiamo frasi come «sono praticamente certo», «tengo per molto probabile», «per abbastanza probabile», o anche altre valutazioni più precise, come «probabilità 1/2» (o «50-50», specie nella locuzione inglese «fifty-fifty»), o 70% (traducibile, nel linguaggio degli scommettitori, in «7 contro 3»), ecc. Ed è proprio questo il significato della probabilità (attribuita da un individuo al fatto che una certa affermazione sia vera, ad esempio che un certo fatto avvenga, che Tizio vinca in un incontro di pugilato o nell'elezione a capo dello Stato, ecc.):

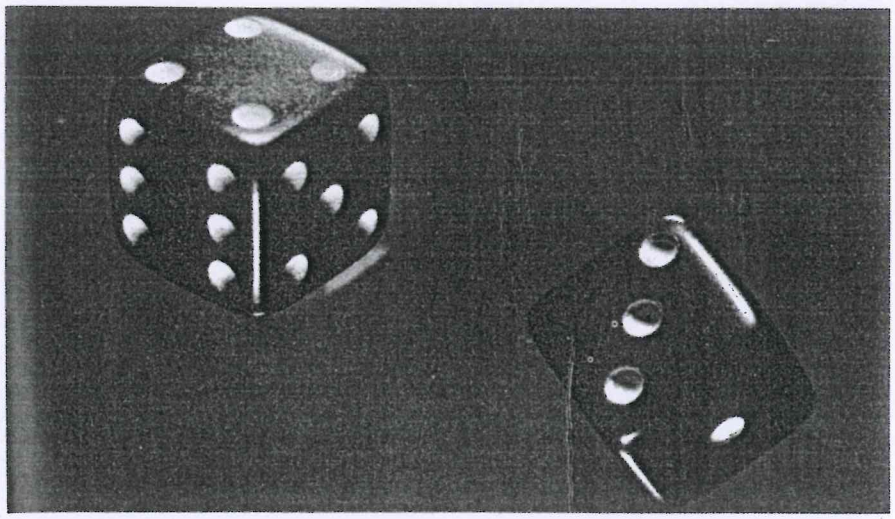

Fig. 1 Giocando con due dadi, i casi possibili sono $6 \times 6 = 36$, quelli favorevoli all'uscita del 7 sono 6 (1 e 6, 6 e 1, 2 e 5, 5 e 2, 3 e 4, 4 e 3).

è *il prezzo «p»* (ad esempio, $p = 0{,}70$ nel caso predetto) che fisserebbe per una vincita 1 al verificarsi del fatto specificato se dovesse su tale base accettare scommesse sia pro che contro. Questa precisazione è ovviamente essenziale dovendosi scoraggiare deviazioni in entrambi i sensi nella valutazione di p. (Si noti: pagare 0,70 per vincere 1, ossia 7 per vincere 10, è lo stesso che pagare 7 in caso di perdita e ricevere 3 $[3 = 10 - 7]$ in caso di vincita; da ciò l'equivalenza delle due locuzioni, come probabilità p o come quote «h contro k» con $p = h/[h + k]$).

Diversità di concezioni

Questa stessa definizione di probabilità è un esempio della riduzione a nozione *precisa*, *operativamente definita*, ma necessariamente riconosciuta a tal fine come nozione *relativa e soggettiva* (esprimente cioè l'opinione di un dato *soggetto*, e relativa alle *conoscenze* di cui in quel dato momento dispone), di pseudonozioni pseudoggettive talora introdotte col termine di «probabilità» (e tuttora abbastanza in auge). Alludo alle pseudodefinizioni della «concezione classica» e della «concezione statistica (o frequentista)», in cui la probabilità è presentata rispettivamente come «rapporto del numero dei casi favorevoli ai casi possibili se questi sono *ugualmente probabili*», e come «valore teorico della frequenza su numerosi eventi *uguali* e *indipendenti*». Queste «definizioni» costituiscono criteri utilizzabili e utili per aiutare a valutare numericamente delle probabilità, ma non sono definizioni, anzi richiedono di usare preliminarmente come definizione quella precedentemente data, in quanto solo una preliminare riflessione soggettiva può indurci ad accettare o meno, caso per caso, la «uguale probabilità» dei singoli eventi.

Accettare la «definizione classica» significa limitare l'applicazione della teoria delle probabilità al campo dei giochi tipo testa e croce, dadi, lotterie, e simili, ove (ammettendo la detta simmetria nelle valutazioni) si tratta più o

meno di problemi di calcolo combinatorio. Accettare la «definizione statistica» significa limitarsi a problemi di «prove ripetute» (nel senso delle condizioni restrittive sopra accennate) su fenomeni a carattere statistico. Oppure, in entrambi i casi, si tenta di consentire altre applicazioni, per non meglio chiarite (e meno che mai giustificate) ragioni di «analogia». La definizione soggettivista ha invece validità universale e si applica in particolare — chiarendone esplicitamente i presupposti — anche ai casi speciali previsti dalle altre due. Storicamente, si sono avute in varie epoche tendenze di ogni specie a limitarsi ai casi di giochi, o ai casi statistici (vuoi, nell'un caso e nell'altro, per disinteresse verso altri casi o vuoi per scrupoli critici contro estensioni considerate troppo poco «scolastiche»), oppure ad allargare la visuale fino a comprendere l'interno campo dell'incertezza. Ciò si vede già chiaramente espresso, ad esempio, da Blaise Pascal, per il quale le regole del calcolo delle probabilità *devono* essere applicate da chiunque «*agisce secondo ragione* quando *si lavora per il domani e per l'incerto*; e l'incerto comprende tutto, *i viaggi per mare, le battaglie..., nulla è certo*).

I campi di effettiva applicazione della probabilità si allargano e moltiplicano sempre più: dalle classiche applicazioni di tipo statistico, ad esempio nel campo della demografia e delle assicurazioni, si è passati a problemi di sempre più vitale interesse costituenti la teoria delle decisioni (ottimizzazione probabilistica dei risultati) con la «ricerca operativa», «programmazione dinamica», «teoria dell'informazione e delle comunicazioni», o, per menzionare casi particolari notevoli, la «teoria delle code» e quella dei «metodi statistici di collaudo» (in particolare «analisi sequenziale»). E, un po' a parte, va menzionata la «teoria dei giochi» (in cui entrano elementi nuovi, di tipo «strategico», e compare la nozione del «minimax»), teoria che riguarda situazioni competitive. Altre applicazioni riguardano i campi più svariati della scienza, come la fisica (indeterminismo, meccanica statistica, ecc.) e la biologia (ereditarietà mendeliana, evoluzione, ecc.). [...]

Determinismo e indeterminismo

Per concludere, conviene probabilmente riprendere le questioni concettuali accennate all'inizio, e sulle quali le discussioni sono sempre aperte. Determinismo o indeterminismo? Il mondo è soggetto a leggi rigide che determinano rigidamente il futuro, oppure è soggetto al «caso», e sia pure a «leggi del caso»?

Queste considerazioni conclusive non vogliono dare una risposta in un senso o nell'altro, bensì persuadere del carattere in certo senso illusorio di questioni filosofiche poste in modo così assolutistico. Ciò che noi sappiamo, e di cui ci è lecito discutere, è ciò che apprendiamo dall'esperienza quotidiana e dalla scienza che di essa scruta più a fondo quanto è osservabile anche con mezzi più potenti di quelli dati direttamente dai nostri sensi. Essa formula delle «leggi», talvolta in linguaggio deterministico, talora in linguaggio probabilistico, e a diversi livelli. E allora? Cerchiamo di capirlo su qualche esempio.

La disintegrazione di una sostanza radioattiva avviene — secondo la versione deterministica — seguendo la legge esponenziale, cioè diminuendo della stessa percentuale in tempi successivi uguali; ad esempio, il radio si dimezza ogni 1600 anni (circa). Ma la spiegazione probabilistica è diversa:

ogni singolo atomo per conto suo è soggetto a disintegrarsi ad ogni istante, con intensità tale che, per l'atomo di radio, risulta = 1/2 la probabilità che ciò avvenga entro un lasso di tempo di 1600 anni, = 3/4 per 3200 anni, = 7/8 per 4 800 anni, ecc., come se ogni 1600 anni si decidesse a testa e croce se debba sopravvivere altri 1600 anni o disintegrarsi nel frattempo. Se (come avviene sempre anche per un piccolo pezzo di radio) gli atomi sono moltissimi, è ben probabile che (come su moltissime prove a testa e croce) siano circa esattamente metà i sopravvissutti dopo 1600 anni, così come anche per la mortalità umana, benché gli uomini non vengano programmaticamente uccisi in modo da «ubbidire alle tavole di mortalità», le cose vanno *come se* così fosse. Ma, chi può escludere che, fermo restando tutto il resto, ogni atomo abbia segnato il suo destino, porti in sé nascosto l'orologio che al momento fissato fa scattare la suoneria per farlo disintegrare?

Ciò è detto a titolo scherzoso, ma la circostanza sussiste invece nella teoria cinetica dei gas. Se mettiamo in comunicazione due gas prima separati (diversi per densità o temperatura o sostanza, ecc.) ci sono leggi deterministiche per la diffusione di ciascuno nell'altro, che però non sono indeterministiche (probabilistiche) nello stesso senso che per la disintegrazione radioattiva, e per cui però (in una schematizzazione classica) si avrebbe tuttavia un sottostante determinismo in quanto, seguendo ogni atomo, si potrebbe (teoricamente) calcolare tutti gli scontri con altri atomi e conseguenti rimbalzi come per un gruppo di palle al biliardo.

Ma poi c'è un livello ancor più fondamentale dove, secondo le teorie quantistiche della fisica teorica, l'indeterminazione sorge fin da ogni osservanza al più spinto livello solo concettualmente accessibile. E questo è il punto cui è giunta la scienza di oggi, e non certo quello definitivo, che nessuno mai, se non per ridicola presunzione, potrà asserire essere stato raggiunto..., né che «esista».

3. Testa o croce? La teoria dei giochi

B. D'Amore, *Elementi di teoria dei giochi*, Zanichelli, Bologna 1980, pp. 11-16; 158-159

Indichiamo con A il giocatore cui ci si riferisce esplicitamente; con B l'avversario.

Indichiamo con

$+1$ la vittoria di A, se A vince positivamente;
0 la vittoria di A, se né A né B vincono positivamente;
-1 la vittoria di A, se A vince negativamente (perde).

Gioco a somma nulla e gioco «finito»

Poiché la somma di tutte le possibili vincite di A è zero, diciamo che il gioco è «a somma nulla». Nei giochi di questo tipo gli interessi dei giocatori sono esattamente in contrasto tra loro, opposti.

Un giocatore può decidere le proprie mosse una per una, secondo lo svolgimento del gioco, oppure anticipatamente, cioè prevedendo tutte le possibili situazioni che si possono presentare e decidendo per ciascuna di esse un intervento.