

VI Convegno di Didattica della Matematica
«Il gioco nella didattica della matematica»
Proteo Fare Sapere

23 02 2023

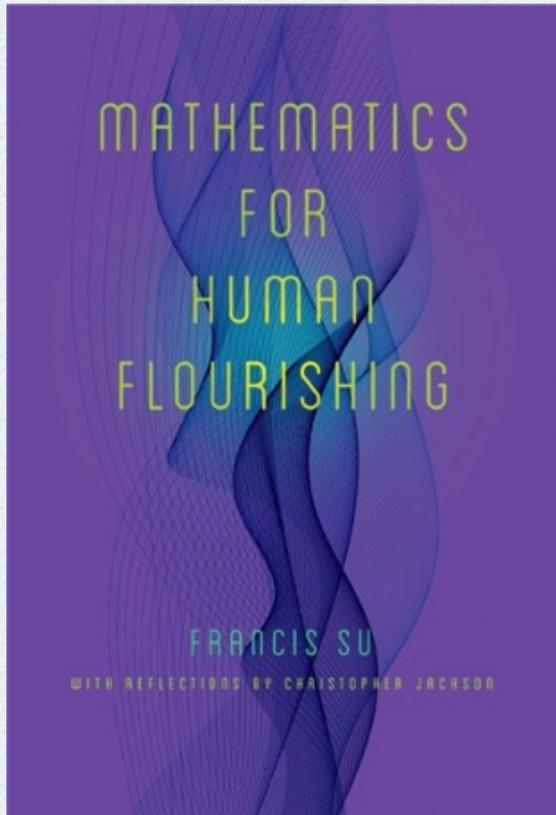
Giocare in matematica: necessità e virtù

Luigi Regoliosi

Ass. ToKalon, ITIS G. Armellini



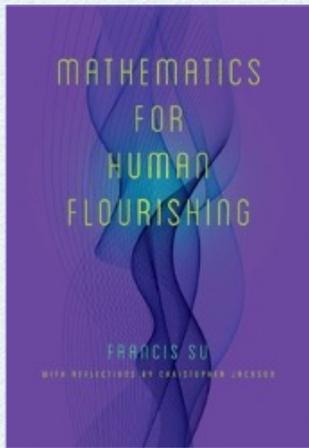
MATEMATICA PER IL FIORIRE DELL'ESSERE UMANO



Perché fare matematica?

Quello di cui spero di convincervi oggi è che fare matematica coltiva **virtù** che aiutano le persone a *flourishing*. Queste virtù ti servono, indipendentemente dalla professione che svolgerai. E il cammino verso le virtù avviene attraverso i **desideri umani** fondamentali.

ESPLORAZIONE SENSO GIOCO PERMANENZA VERITÀ
LOTTA ENERGIA GIUSTIZIA LIBERTÀ COMUNITÀ AMORE



ESPLORAZIONE



Purtroppo, *esplorazione* non è una parola che di solito si associa alla matematica: se si è convinti che ci sia solo l'aritmetica, o qualcosa di più avanzato, ci si deprimerà a pensare che tutto sia stato già scoperto e ordinato molto tempo fa.

La matematica che si fa a scuola prepara per «esplorazioni future», ma immaginate quanto sarebbe diversa la nostra esperienza se potessimo esplorare la matematica adesso, mentre la impariamo.

È come imparare le regole del basket, ma fare solo tiri liberi e non assistere mai a una partita e non giocare mai, fino a che non si è pronti per farlo in maniera agonistica. Imparare non sarebbe divertente e al momento di entrare in campo non saremmo pronti.

UN APPROCCIO ANTROPOLOGICO



JOHAN HUIZINGA (1872-1945), *HOMO LUDENS* (1938)

- Il gioco è "anzitutto e soprattutto un atto libero"
- Il gioco non è "vita vera", è coscienza di essere in un mondo a parte
- Il gioco è «una cosa seria» ma resta "una categoria eccezionale" e "autonoma" impossibile da collocare solamente nel serio o nel divertente
- Il gioco ha una «struttura»
- Il gioco è dotato di «significato», lo SCOPO



ROGER CAILLOIS (1913-1978), *LES JEUX ET LES HOMMES* (1958)

Ai due poli opposti ci sono: la PAIDIA (senza regole) e il LUDUS (con regole)

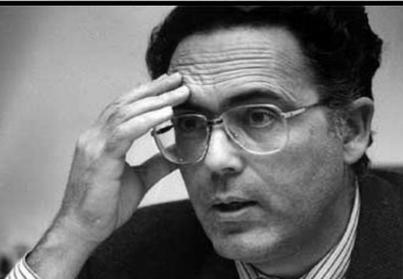
Le quattro forme del gioco:

AGON (competizione)

ALEA (sorte)

MIMICRY (maschera)

ILINX (vertigine)



MIGUEL DE GUZMÁN (1936-2004)

La matemática, por su naturaleza misma, es también juego, si bien este juego implica otros aspectos - científico, instrumental, filosófico-, que juntos hacen de la actividad matemática uno de los verdaderos ejes de nuestra cultura

MIGUEL DE GUZMÁN

Juegos matemáticos en la enseñanza

"Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas
Santa Cruz de Tenerife, 10-14 Septiembre 1984"

A mio parere, d'altra parte, quello stesso elemento di passatempo e divertimento che il gioco ha essenzialmente, dovrebbe essere un motivo in più per usarlo generosamente. Perché non alleviare la serietà mortale di molte delle nostre classi con un sorriso? [...]

È un fatto frequente che molte persone, che si dichiarano incapaci per la matematica da tutta la vita, si divertano intensamente con puzzle e giochi la cui struttura differisce poco dalla matematica. Ci sono chiari blocchi psicologici in loro che offuscano la loro mente non appena si rendono conto che una domanda che viene loro proposta, molto più semplice forse del gioco che praticano, ha a che fare con il teorema di Pitagora. [...]

*A mio parere, l'obiettivo primario dell'istruzione di base e secondaria non è quello di inserire nella mente del bambino un guazzabuglio di informazioni che, pensiamo, saranno molto necessarie come cittadino nella nostra società. L'obiettivo fondamentale è **aiutarli a sviluppare la propria mente e le proprie potenzialità intellettuali, sensibili, affettive, fisiche, armoniose.***

MATEMATICA E GIOCO - MIGUEL DE GUZMÁN

Enseñanza de las ciencias y la matemática, 2007
«Revista Iberoamericana de Educación», 43, pp. 19-58

La matemática, por su naturaleza misma, es también juego, si bien este juego implica otros aspectos - científico, instrumental, filosófico-, que juntos hacen de la actividad matemática uno de los verdaderos ejes de nuestra cultura

MATEMATICA	GIOCO
Per dimostrare teoremi → elementi primitivi → assiomi → prime definizioni di elementi	Per ipotizzare strategie di gioco → conoscenza dei pezzi → relazione tra i pezzi → scopo del gioco
Assimilare e impadronirsi dei grandi teoremi e dei metodi creati nel corso della storia	Approfondire le strategie vincenti e i diversi approcci possibili grazie a coloro che ne sono stati i grandi maestri

“L'ELEMENTO DI GIOCO DELLA” MATEMATICA

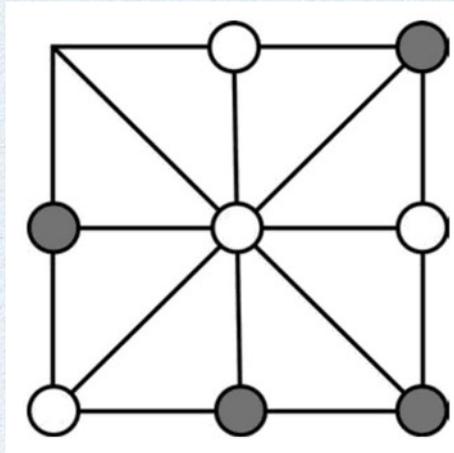
- giocatori esperti → matematici ricercatori
Entrambi cercano sempre nuove strategie a partire dalle loro conoscenze e dai loro tentativi precedenti
- i giochi più complessi → problemi aperti della teoria
- gli inventori di giochi → innovatori della matematica

GIOCO NELLA DIDATTICA SULLA SCIA DI POLYA: *DIRECTRICES HEURÍSTICAS BASADAS EN JUEGOS*

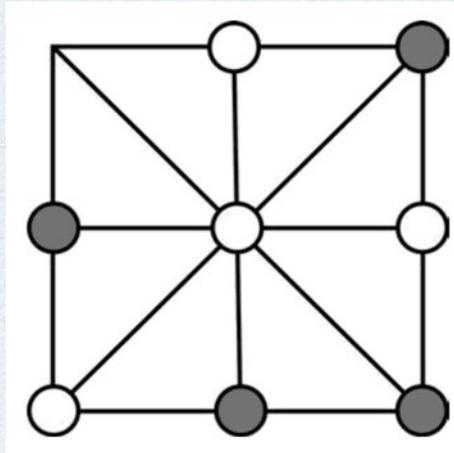
Cerca di rendere chiara la somiglianza degli atteggiamenti che si verificano nella risoluzione di un puzzle o di un gioco e in quella di un vero e proprio problema matematico, e come, in effetti, molte delle abitudini adatte al compito matematico non potrebbero acquisirle altrettanto bene divertendosi con esempi selezionati di giochi.

- 1. PRIMA DI FARLO CERCHERÒ DI CAPIRE.** Non pensare che sia un'osservazione completamente sciocca. L'esperienza dice che ci sono molti che si buttano a fare cose folli, nel caso in cui uno colpisca il bersaglio per caso. Sai di cosa si tratta?
- 2. ELABORERÒ UNA STRATEGIA.** Cerca collegamenti ad altri elementi che conosci. Forse avrai bisogno di costruirti un gioco secondario più semplice che puoi risolvere. Alla fine di questa fase dovresti costruire un piano concreto di attacco.
- 3. VEDRÒ SE LA MIA STRATEGIA MI PORTERÀ ALLA FINE.** Prova a mettere in pratica i tuoi piani.
- 4. OTTERRÒ IL MASSIMO DAL GIOCO (*SACARÉ JUGO AL JUEGO*).** Non considerare che hai completamente finito quando l'hai capito. Guardalo a fondo. Approfitta della tua soluzione per assimilare bene l'esperienza.

L'ESEMPIO DEL GIOCO *ACHI*



L'ESEMPIO DEL GIOCO *ACHI*



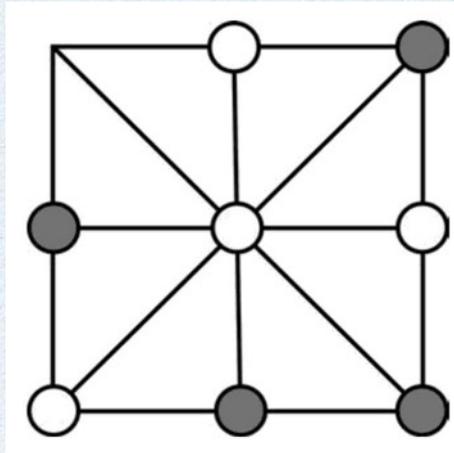
Cosa succede se, durante la seconda fase del gioco, un giocatore è bloccato e non ha mosse possibili da fare?

È possibile per un giocatore rimanere bloccato anche se entrambi i giocatori giocano nel modo migliore (per esempio non perdono nessuna occasione buona per vincere)?

Bisogna anche decidere se un giocatore è obbligato a fare una mossa, qualora ci fossero mosse possibili da fare, o se può decidere di passare il turno.

Ragionamenti matematici possono aiutare a dare risposte a queste domande e mostrare quali opzioni possono rendere il gioco più interessante.

L'ESEMPIO DEL GIOCO *ACHI*



Con le varianti introdotte rispondendo alle domande che ci siamo posti, il gioco Achi può andare avanti all'infinito?

Oppure un giocatore può trovare una strategia vincente, un piano d'attacco che gli garantisca la vittoria qualunque siano le mosse dell'avversario?

Cosa succederebbe se ogni giocatore avesse solo tre pedine al posto di quattro?

Si può creare una variante di Achi con una griglia di base formata da linee diverse?

ESPLORATORI MATEMATICI

Se vi ponete domande come queste, siete degli *esploratori matematici*. State esplorando lo spazio dei diversi modi possibili in cui il gioco può procedere. State inviando “sonde”, facendo delle prove. Inizialmente, non sapete ciò che troverete. Quando arrivate a delle risposte usando ragionamenti matematici, lo state facendo da lontano, perché saprete come il gioco andrà avanti *senza* provare fisicamente ogni possibile scenario.

Le esplorazioni matematiche iniziano con delle domande. L'unica abilità necessaria per essere un esploratore matematico è la capacità di porre domande, quali *Perché?* oppure *Come?* E *Cosa succederebbe se...?* Tutti i bambini fanno questo, eppure qualcuno, lungo la strada, smette di porre domande, forse perché chiediamo loro di memorizzare le cose e non di comprenderle. Viene loro chiesto di eseguire delle procedure, invece di esplorare, perché queste procedure funzionano. Iniziano così a pensare che ci sia un solo modo per risolvere un problema, invece che esplorare la loro strada personale verso la soluzione.

ESPLORAZIONE VS MEMORIZZAZIONE

Ci scontriamo ogni volta con l'idea che la matematica sia memorizzazione e dobbiamo sostituirla con l'idea che invece è esplorazione.

Chi memorizza la matematica non saprà muoversi in una situazione non nota, mentre un esploratore matematico si saprà adattare in modo flessibile a condizioni mutevoli, perché sarà in grado di porre giuste domande che gli apriranno diversi scenari. I veri insegnanti di matematica sanno convincerci a esplorare. La docente di matematica Fawn Nguyen dava questo consiglio agli altri insegnanti:

**“Verificate l'efficacia delle vostre lezioni,
non dalle risposte che gli studenti danno,
ma dalle domande che essi pongono”.**

I mazzi di carte

Abbiamo due mazzi di carte:
uno con 18 carte rosse e uno con
18 carte nere.

- Prendiamo 5 carte rosse, le mettiamo nel mazzo nero e mescoliamo.
- Dal mazzo mescolato prendiamo 5 carte e le rimettiamo nel mazzo rosso.
- Al termine di questa operazione ci sono più carte rosse nel mazzo nero o più carte nere nel mazzo rosso?



I mazzi di carte

Abbiamo due mazzi di carte:
uno con N carte rosse e uno con N carte nere.

- Prendiamo x carte rosse, le mettiamo nel mazzo nero e mescoliamo.
- Dal mazzo mescolato prendiamo x carte e le rimettiamo nel mazzo rosso.
- Al termine di questa operazione ci sono più carte rosse nel mazzo nero o più carte nere nel mazzo rosso?



LE VIRTÙ DEL GIOCO - FRANCIS SU

speranza

curiosità

concentrazione

fiducia nella fatica

pazienza

perseveranza

capacità di cambiare i punti di vista

apertura di spirito



IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

1. INVESTIGAZIONE

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

1. INVESTIGAZIONE

2. SPIEGAZIONE

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

1. INVESTIGAZIONE

2. SPIEGAZIONE

Ma poi si ricomincia, sempre!!! Nuove domande che suggeriscono nuove cose da dimostrare o sottigliezze del modello che vanno esplorate...

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

1. INVESTIGAZIONE

2. SPIEGAZIONE

Ma poi si ricomincia, sempre!!! Nuove domande che suggeriscono nuove cose da dimostrare o sottigliezze del modello che vanno esplorate...

Si pensi alla scorciatoia per calcolare il quadrato dei numeri che terminano con 5:

$$15^2 = 225$$

$$25^2 = 625$$

$$35^2 = 1225$$

$$45^2 = 2025$$

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

E cosa succede quando moltiplicate due numeri diversi che terminano con 25?

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

E cosa succede quando moltiplicate due numeri diversi che terminano con 25?

IL RISULTATO TERMINA SEMPRE CON 25!!!

...

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

E cosa succede quando moltiplicate due numeri diversi che terminano con 25?

IL RISULTATO TERMINA SEMPRE CON 25!!!

...

Le «finali testarde»!

...00

...01

...25

...76

IL CICLO DEL GIOCO MATEMATICO

E cosa succede quando moltiplicate due numeri diversi che terminano con 25?

IL RISULTATO TERMINA SEMPRE CON 25!!!

...

Le «finali testarde»!

...00

...01

...25

...76

E se consideriamo le ultime tre cifre?

....

IL «MIO» GIOCO...

The “four fours” problem

$$\begin{array}{ll} (4 + 4) - (4 + 4) = 0 & (44 - 4)/4 = 10 \\ (4 + 4)/(4 + 4) = 1 & 44/(\sqrt{4} \times \sqrt{4}) = 11 \\ (4/4) + (4/4) = 2 & 4 \times (4 - (4/4)) = 12 \\ 4 - (4^{4-4}) = 3 & (44/4) + \sqrt{4} = 13 \\ 4 + ((4 - 4) \times 4) = 4 & 4 + 4 + 4 + \sqrt{4} = 14 \\ 4 + (4^{4-4}) = 5 & (44/4) + 4 = 15 \\ 4 + ((4 + 4)/4) = 6 & (4^{4/4}) \times 4 = 16 \\ (4 + 4) - (4/4) = 7 & (4 \times 4) + (4/4) = 17 \\ (4 + 4) + (4 - 4) = 8 & (4 \times 4) + 4 - \sqrt{4} = 18 \\ (4 + 4) + (4/4) = 9 & 4! - 4 - (4/4) = 19 \\ & (4 \times 4) + \sqrt{4} + \sqrt{4} = 20 \end{array}$$



DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

DAL *FOUR FOURS PROBLEM* A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

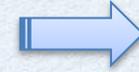
$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

Sei 5 per ottenere 271

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

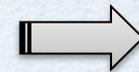
$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

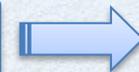
$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

Sei 5 per ottenere 271

$$55 \times 5 + 5 \div 5 - 5$$



Giustapposizione

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

Sei 5 per ottenere 271

$$55 \times 5 + 5 \div 5 - 5$$



Giustapposizione

1, 3, 4, 5, 5 per ottenere 6

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

Sei 5 per ottenere 271

$$55 \times 5 + 5 \div 5 - 5$$



Giustapposizione

1, 3, 4, 5, 5 per ottenere 6

$$45 \div 15 + 3$$



Numero fisso di operazioni

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

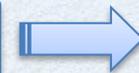
$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

Sei 5 per ottenere 271

$$55 \times 5 + 5 \div 5 - 5$$



Giustapposizione

1, 3, 4, 5, 5 per ottenere 6

$$45 \div 15 + 3$$



Numero fisso di operazioni

3, 7, 2, 4, 1, 0, 2 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 1

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

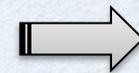
$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

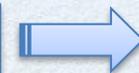
$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

Sei 5 per ottenere 271

$$55 \times 5 + 5 \div 5 - 5$$



Giustapposizione

1, 3, 4, 5, 5 per ottenere 6

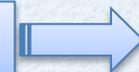
$$45 \div 15 + 3$$



Numero fisso di operazioni

3, 7, 2, 4, 1, 0, 2 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 1

$$3 + 72 \div 4 - 10 \times 2$$



Tipo di operazioni fissato

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

Sei 5 per ottenere 271

$$55 \times 5 + 5 \div 5 - 5$$



Giustapposizione

1, 3, 4, 5, 5 per ottenere 6

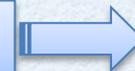
$$45 \div 15 + 3$$



Numero fisso di operazioni

3, 7, 2, 4, 1, 0, 2 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 1

$$3 + 72 \div 4 - 10 \times 2$$



Tipo di operazioni fissato

1, 2, 2, 4, 6, 9 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 10

DAL *FOUR FOURS* PROBLEM A ROLLING CUBES PYTAGORA

Quattro 4 per ottenere 17

$$4 \times 4 + 4 \div 4$$



Quattro cifre uguali

Tre 6 e un 2 per ottenere 44

$$6 \times 6 + 6 + 2$$



Quattro cifre diverse

0, 1, 2, 3, 5 per ottenere 4

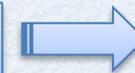
$$5 - 3 + 2 \times 1 + 0$$



Più di quattro cifre

Sei 5 per ottenere 271

$$55 \times 5 + 5 \div 5 - 5$$



Giustapposizione

1, 3, 4, 5, 5 per ottenere 6

$$45 \div 15 + 3$$



Numero fisso di operazioni

3, 7, 2, 4, 1, 0, 2 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 1

$$3 + 72 \div 4 - 10 \times 2$$



Tipo di operazioni fissato

1, 2, 2, 4, 6, 9 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 10

$$2 \times 6 + 14 \div 2 - 9$$



Uguaglianza qualsiasi con numero bersaglio

NUMERO BERSAGLIO

NUMERO BERSAGLIO

1, 2, 2, 4, 6, 9 e le
operazioni +, -, ×, ÷ per
ottenere 10

NUMERO BERSAGLIO

1, 2, 2, 4, 6, 9 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 10

$$2 \times 6 + 14 \div 2 - 9$$



Uguaglianza qualsiasi con numero bersaglio

NUMERO BERSAGLIO

1, 2, 2, 4, 6, 9 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 10

$$2 \times 6 + 14 \div 2 - 9$$



Uguaglianza qualsiasi con numero bersaglio

- Si parte dall'ultimo esempio con 6 cifre, 4 operazioni e un numero bersaglio.
- Si lavora con permutazioni dei 10 simboli.
- Si valuta caso per caso se la stringa è sensata dal punto di vista matematico e se il valore numerico corrisponde al numero bersaglio.

Nel caso di presenza della cifra 0 sono state escluse le possibilità di:

- eseguire operazioni banali, ovvero non si può moltiplicare per zero e non si può dividere lo zero;
- giustapporre la cifra zero a sinistra di un'altra cifra, ovvero non si può scrivere 04 oppure 007.

NUMERO BERSAGLIO

1, 2, 2, 4, 6, 9 e le operazioni +, -, ×, ÷ per ottenere 10

$$2 \times 6 + 14 \div 2 - 9$$



Uguaglianza qualsiasi con numero bersaglio

- Si parte dall'ultimo esempio con 6 cifre, 4 operazioni e un numero bersaglio.
- Si lavora con permutazioni dei 10 simboli.
- Si valuta caso per caso se la stringa è sensata dal punto di vista matematico e se il valore numerico corrisponde al numero bersaglio.

Nel caso di presenza della cifra 0 sono state escluse le possibilità di:

- eseguire operazioni banali, ovvero non si può moltiplicare per zero e non si può dividere lo zero;
- giustapporre la cifra zero a sinistra di un'altra cifra, ovvero non si può scrivere 04 oppure 007.



$$6 \times 12 \div 9 + 4 - 2 = 10$$

$$9 \times 6 \div 2 - 21 + 4 = 10$$

UN'UGUAGLIANZA «QUALSIASI»

Costruire un'uguaglianza “qualsiasi” utilizzando tutte le cifre (anche più di 6) e le operazioni a disposizione, permutando anche il segno “=”

Si prova ancora con 6 cifre e 4 operazioni e si lavora con permutazioni degli 11 simboli, e naturalmente vengono rifiutate le collocazioni “impossibili” del segno “=”, ovvero se si trova prima o dopo un segno di operazione oppure come primo o ultimo termine.

1, 2, 2, 3, 7, 9 e le operazioni +, -, ×, ×

UN'UGUAGLIANZA «QUALSIASI»

Costruire un'uguaglianza “qualsiasi” utilizzando tutte le cifre (anche più di 6) e le operazioni a disposizione, permutando anche il segno “=”

Si prova ancora con 6 cifre e 4 operazioni e si lavora con permutazioni degli 11 simboli, e naturalmente vengono rifiutate le collocazioni “impossibili” del segno “=”, ovvero se si trova prima o dopo un segno di operazione oppure come primo o ultimo termine.

1, 2, 2, 3, 7, 9 e le operazioni +, -, ×, ×



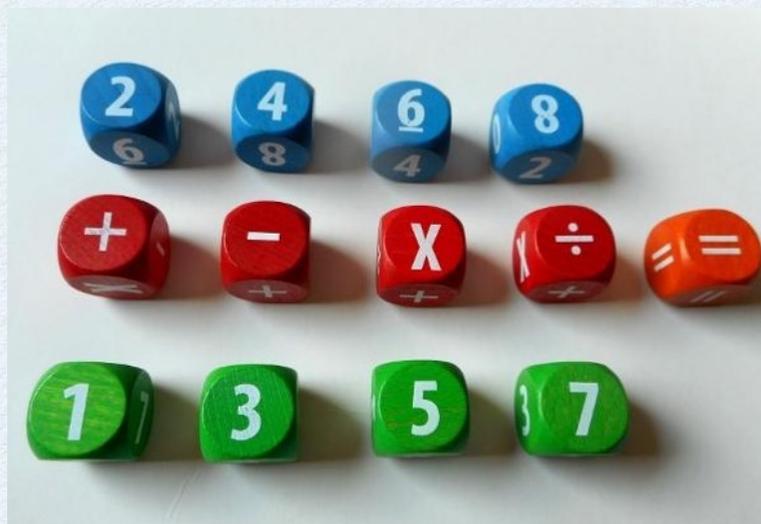
$$7 \times 2 + 3 = 9 \times 2 - 1$$

$$7 \times 2 \times 1 - 3 = 9 + 2$$

$$7 \times 2 - 3 \times 2 + 1 = 9$$

$$7 \times 3 - 1 = 9 \times 2 + 2$$

IL GIOCO ROLLING CUBES PYTAGORA



$2 + 2 = 4$ solo in modo più «stravagante»

13 DADI PER TUTTI

Utilizzare tutti e 13 i dadi non è per tutti...
semplifichiamo con solo addizione e sottrazione



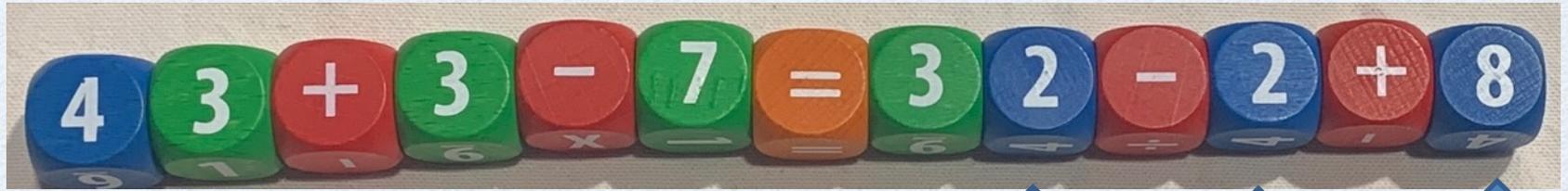
Sfruttando la parità/disparità si scopre che ci devono essere

- esattamente due numeri a due cifre
- le decine devono essere dello stesso colore

A questo punto giocando con la bilancia (aggiungi e togli)

**è possibile costruire un'uguaglianza
con TUTTI E 13 I DADI «sempre» e «per tutti»**

PARITÀ E DISPARITÀ



↑
DISPARI

↑
DISPARI
DISPARI

↑
DISPARI

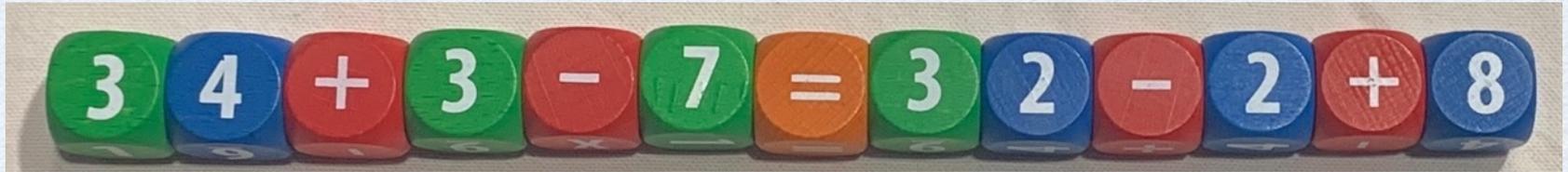
↑
PARI

↑
PARI

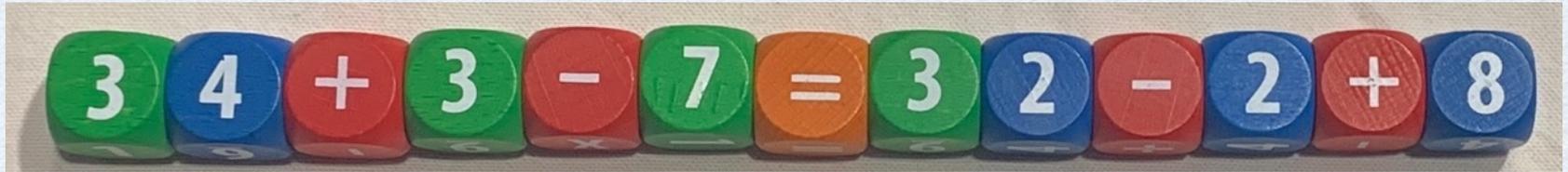
PARI

↑
PARI

BILANCIA

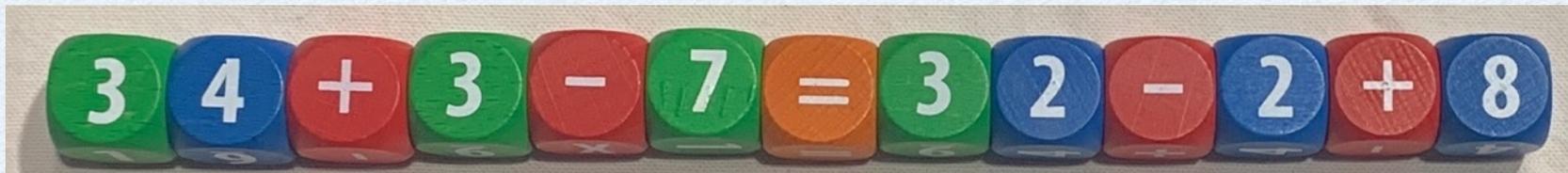


BILANCIA



30 = 38 \Rightarrow differenza 8

BILANCIA

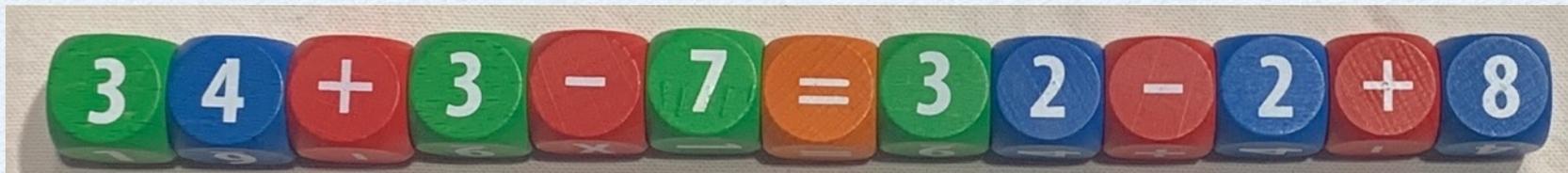


$30 = 38 \Rightarrow$ differenza 8



+4 a sinistra e -4 a destra e ho $34 = 34$

BILANCIA



$30 = 38 \Rightarrow$ differenza 8



+4 a sinistra e -4 a destra e ho $34 = 34$



+3-7 diventa +7-3 e ho $38 = 38$

13 DADI PER TUTTI: ESEMPIO 1

Con alcune cifre uguali

$$4 \quad \underline{6} \quad 8 \quad 8 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 7 \quad + \quad + \quad - \quad - \quad =$$

Possibile soluzione

$$1 \quad 4 \quad + \quad \underline{6} \quad - \quad 8 \quad = \quad 1 \quad 7 \quad + \quad 3 \quad - \quad 8$$

- esattamente due numeri a due cifre
- le decine devono essere dello stesso colore

13 DADI PER TUTTI: ESEMPIO 2

Con due zeri e tutte le altre cifre diverse



Possibile soluzione



- esattamente due numeri a due cifre
- le decine devono essere dello stesso colore

13 DADI PER TUTTI: LANCIAMO I DADI!

Con le cifre uscite da un lancio casuale



- esattamente due numeri a due cifre
- le decine devono essere dello stesso colore

[Lancio simulato con Scratch](#)

CARATTERISTICHE FONDAMENTALI DEI GIOCHI STRUTTURATI/CONCRETI/FISICI

DAI PROBLEMI RICREATIVI



A GIOCHI STRUTTURATI

- ATTIVITÀ RIPETIBILI
- ATTIVITÀ SPENDIBILI

1. POTENZIALITÀ NELL'APPRENDIMENTO → *ludus*

i quesiti ricreativi mobilitano specifiche capacità di apprendimento in termini di *mimesi* (immedesimazione, partecipazione) e *agon* (competizione):
iniziativa matematica

2. POTENZIALITÀ IN TERMINI DI *COINVOLGIMENTO* E DI *ENTUSIASMO* → *paidia*

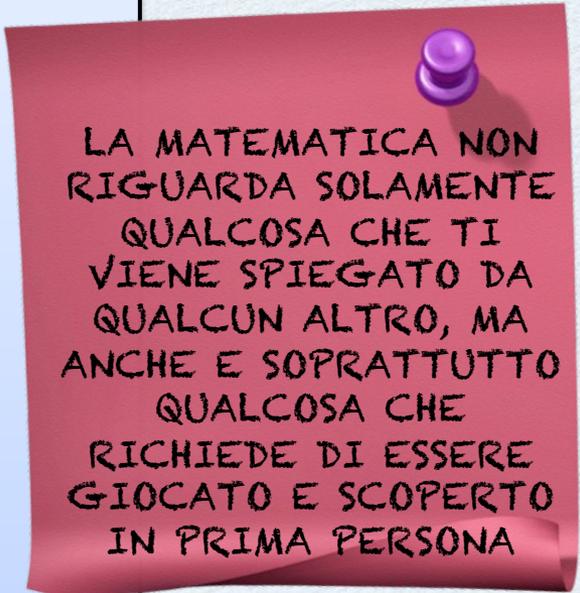
piacere, divertimento, *ilinx*

3. POTENZIALITÀ NEL FAR VIVERE *GLI ASPETTI CREATIVI DELLA PRASSI MATEMATICA*

a way of making serious mathematics understandable or palatable
[Singmaster 1994, p. 1568]

UN APPROCCIO PEDAGOGICO ALLE MATEMATICHE ELEMENTARI ATTRAVERSO IL GIOCO

1. Non è tutto oro quel che luccica
2. Chi sa il gioco, l'insegna
3. Giocare insegna a giocare
4. Giocare è una cosa seria, ma non c'è gioco senza divertimento
5. La creatività è contagiosa, trasmettila!
6. Sbagliando s'impara
7. Chi la dura, la vince
8. Chi vuole assai, non domandi poco
9. Non si vede solo con gli occhi
10. Chi cerca trova
11. Chi ha trovato un fungo, cerca tutt'intorno per scoprirne degli altri
12. Un bel gioco non si esaurisce mai
13. Fare e disfare, è tutto un lavorare
14. L'importante è partecipare
15. A ogni uccello il suo canto
16. L'unione fa la forza
17. Lo scopo del gioco non è mai il vero scopo



LA MATEMATICA NON
RIGUARDA SOLAMENTE
QUALCOSA CHE TI
VIENE SPIEGATO DA
QUALCUN ALTRO, MA
ANCHE E SOPRATTUTTO
QUALCOSA CHE
RICHIEDE DI ESSERE
GIOCATO E SCOPERTO
IN PRIMA PERSONA

GRAZIE PER L'ATTENZIONE!



MATEMATICA

PER TUTTI

con - corso



ToKalon

Se non si semina è certo che non ci sarà raccolto



ToKalon