

# LO VEDO MA NON CI CREDO

## **Alcune riflessioni sul concetto di infinito nella scuola secondaria**

Maurizio Berni

maurizio.berni@istruzione.it

# LINEE GUIDA TECNICI E PROF.LI INDICAZIONI NAZIONALI LICEI

## INDICAZIONI NAZIONALI LICEI:

Attraverso una prima conoscenza del problema della formalizzazione dei numeri reali lo studente si introdurrà alla problematica dell'infinito matematico e delle sue connessioni con il pensiero filosofico

## LINEE GUIDA TECNICI E PROF.LI

**CONOSCENZE:** Cardinalità di un insieme. Insiemi infiniti. Insiemi numerabili e insiemi non numerabili.

**ABILITA':** NESSUNA, però...

Individuare e riassumere momenti significativi nella storia del pensiero matematico.

# LINEE GUIDA TECNICI E PROF.LI INDICAZIONI NAZIONALI LICEI

## INDICAZIONI NAZIONALI LICEI:

Occorre aspettare la formalizzazione dei numeri reali (XIX secolo) per introdurre alla problematica dell'infinito matematico? E alle sue connessioni col pensiero filosofico?

## LINEE GUIDA TECNICI E PROF.LI

La cardinalità di un insieme è un prerequisito per poter parlare di insiemi infiniti?

Come si può distinguere tra insiemi numerabili e non numerabili se a queste conoscenze non si associa alcuna abilità?

# GALILEO

Sono di più i numeri naturali dei loro quadrati?

"Io non veggio che ad altra decisione si possa venire, che a dire, infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici, né la moltitudine de' quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, né questa maggior di quella, ed in ultima conclusione, gli attributi di eguale maggiore e minore non aver luogo ne gli infiniti, ma solo nelle quantità terminate."

1	2	3	4	5	6	7	8	...
								...
1	4	9	16	25	36	49	64	...

# La definizione di insieme infinito

La definizione, frutto di un'intuizione geniale di Cantor, scaturisce da tutte queste esperienze:

**Un insieme si dice infinito se è equipotente ad un suo sottoinsieme proprio**

NB Non si parla di cardinalità ma di equipotenza, che è la “relazione di equivalenza” che sta a monte di una (improbabile) definizione rigorosa di “cardinalità”

# ... e di insieme finito!

**Un insieme si dice finito se non è infinito**

...cioè se non è equipotente ad alcun suo sottoinsieme proprio

NB. E' più difficile definire rigorosamente che cosa è un insieme finito che un insieme infinito!

# Dalle indicazioni nazionali...

“Lo studio della circonferenza e del cerchio, del numero  $\pi$ , e di contesti in cui compaiono crescite esponenziali con il numero  $e$ , permetteranno di approfondire la conoscenza dei numeri reali, con riguardo alla tematica dei numeri trascendenti.”

..ma con quali strumenti? E d'altra parte, senza i numeri trascendenti, come si può parlare di “insiemi non numerabili”?

(si noti che nelle “Linee Guida” l'argomento dei numeri trascendenti è completamente assente...)

# RICHIESTE “IMPREVISTE”...

Pag. 1/2

Sessione ordinaria 2007

Seconda prova scritta

## M557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

**Tema di: MATEMATICA**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.*

### **PROBLEMA 2**

4. Si spieghi in che cosa consista il problema della quadratura del cerchio e se, e in che senso, si tratti di un problema risolubile o meno.



# UNA TRASCENDENZA NON NECESSARIA

La maggior parte delle soluzioni che si trovano in rete liquida la questione dicendo che essendo  $\pi$  un numero trascendente, non è costruibile con riga e compasso

# UNA TRASCENDENZA NON NECESSARIA

Ma...

- Non è necessario che un numero sia trascendente per essere non costruibile
- Cosa può un ragazzo di liceo capire della trascendenza di un numero reale? Al di là della notizia “storica” che qualcuno (Lindemann, nel 1882) dimostrò la trascendenza di  $\pi$
- Non sarebbe stato più istruttivo parlare dell'impossibilità della duplicazione del cubo? (riflessioni sul collegamento tra costruzioni con riga e compasso in geometria euclidea, e soluzioni di sistemi di secondo grado in geometria analitica...)

“Lo vedo ma non ci credo”:  
un viaggio oltre l’infinito

<http://www.insegnareonline.com/istanze/matematica/vedo-credo-viaggio-infinito>